www.uniremington.edu.co

UNIREMINGTON®
CORPORACIÓN UNIVERSITARIA REMINGTON
RES. 2661 MEN JUNIO 21 DE 1996

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

TRANSVERSAL

FACULTAD DE CIENCIAS CONTABLES

Vicerrectoría de Educación a Distancia y virtual

2016

AUTOR

Pablo Emilio Botero Tobón
Estudios de Ingeniería de Minas, Tecnólogo en Contaduría y Tributaria, Diplomado en Docencia Universitaria, Diplomado en la construcción de Módulos, Diplomado en Administración Financiera.
Profesor de Matemáticas y Física en la Corporación Remington, Profesor de Física en el colegio Teresiano (Envigado), Coordinador académico del programa Bachillerato Semiescolarizado de la Corporación Remington en las sedes de Medellín y Envigado, Director Regional de la sede de Montería (E), Coordinador académico del programa Jóvenes con Futuro en Convenio Municipio de Medellín CUR, profesor de Matemáticas en el Politécnico Aburrá. Asesor Pedagógico, Metodológico y Didáctico de Virtual UNIREMINGTON. Docente Virtual de la Ruta de Formación Docente de UNIREMINGTON. Instructor de la Metodología de Educación a Distancia para los diferentes Centros Tutoriales (CAT) de UNIREMINGTON en el país.

Elaboración de los módulos para la educación a distancia
pbotero@uniremington.edu.co

Nota: el autor certificó (de manera verbal o escrita) No haber incurrido en fraude científico, plagio o vicios de autoría; en caso contrario eximió de toda responsabilidad a la Corporación Universitaria Remington, y se declaró como el único responsable.

RESPONSABLES

Jorge Alcides Quintero Quintero
Decano de la Facultad de Ciencias Contables
jquintero@uniremington.edu.co

Eduardo Alfredo Castillo Builes
Vicerrector modalidad distancia y virtual
ecastillo@uniremington.edu.co

Francisco Javier Álvarez Gómez
Coordinador CUR-Virtual
falvarez@uniremington.edu.co

GRUPO DE APOYO

Personal de la Unidad CUR-Virtual
EDICIÓN Y MONTAJE
Primera versión. Febrero de 2011.
Segunda versión. Marzo de 2012
Tercera versión. noviembre de 2015

TABLA DE CONTENIDO

Pág.

1 MAPA DE LA ASIGNATURA

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

PROPÓSITO GENERAL DEL MÓDULO

El propósito del curso es que el estudiante aprenda a analizar los diferentes modelos de Matemáticas Financieras y su aplicación en su vida académica, profesional, empresarial e investigativa.

Plantear a nivel académico los conceptos básicos de matemáticas orientados a un mejor desenvolvimiento en la interpretación y en la aplicación de las fórmulas que se utilizan en las matemáticas financieras.

Está en este propósito mostrarle al estudiante la importancia de la matemática financiera y la utilidad que tiene, como herramienta financiera, para la toma de decisiones en inversiones, evaluación de proyectos y planes de negocio.

OBJETIVO GENERAL

Aplicar las diferentes herramientas de la matemática financieras en situaciones problémicas del ámbito empresarial y financiero, tomándola como un apoyo fundamental en la toma de decisiones.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

UNIDAD 1

Aplicar los conceptos de interés simple e interés compuesto en las diferentes operaciones financieras.

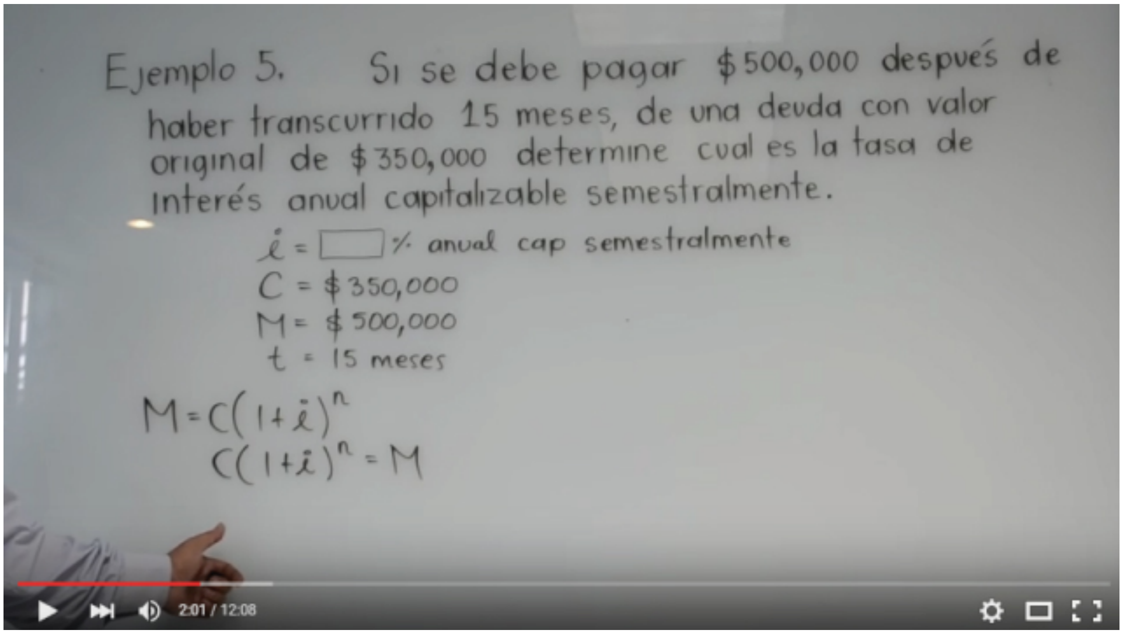
UNIDAD 2

Evaluar en forma correcta las diferentes tasas de interés y equivalencias tratadas en las actividades financieras.

UNIDAD 3

Aplicar los conceptos de anualidad, valor presente neto y la tasa interna de retorno en los diferentes planes crediticios y en la evaluación de proyectos de inversión.

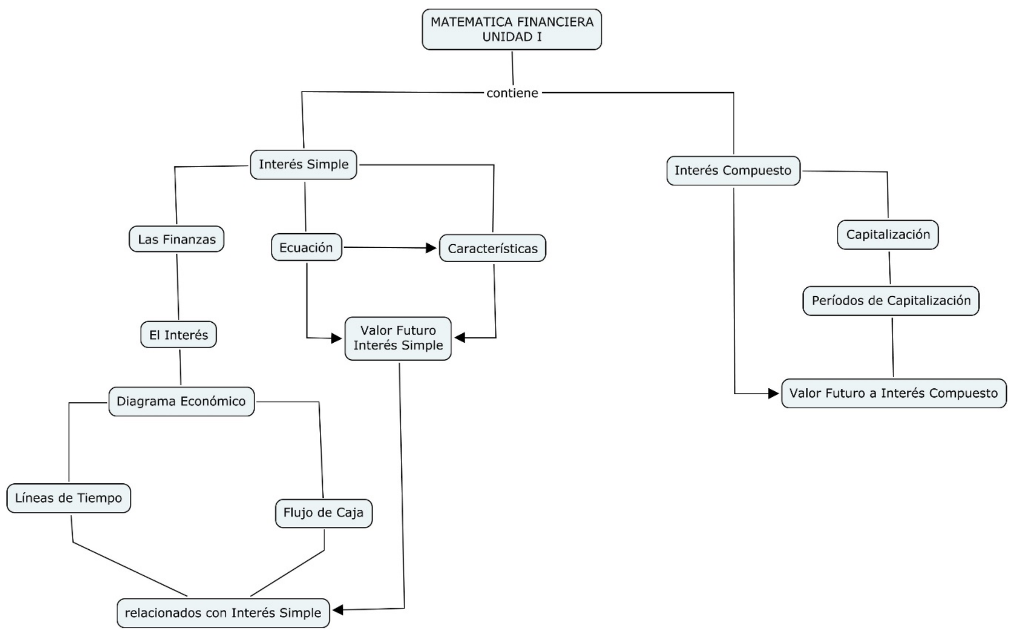
2 UNIDAD 1 TASAS DE INTERÉS SIMPLE E INTERÉS COMPUESTO



Interés Compuesto: [Enlace]

Tasa de interés simple y tasa de interés compuesto - banco WWW.BCU.GUB.UY/USUARIO-FINANCIERO/.../TASAS_SIMPLE_COMPUESTO.ASPX

2.1 RELACIÓN DE CONCEPTOS



Definición de Conceptos

Interés Simple: Es el interés o beneficio que se obtiene de una inversión financiera o de capital cuando los intereses producidos durante cada periodo de tiempo que dura la inversión se deben únicamente al capital inicial, ya que los beneficios o intereses se retiran al vencimiento de cada uno de los periodos

Interés Compuesto: Representa la acumulación de intereses que se han generado en un período determinado por un capital inicial (C_I) o principal a una tasa de interés (*r*) durante (*n*) periodos de imposición, de modo que los intereses que se obtienen al final de cada período de inversión no se retiran sino que se reinvierten o añaden al capital inicial, es decir, se capitalizan.

Líneas de Tiempo: Es un planteamiento gráfico de la situación financiera que se manejará. Gracias a esta, es que nos podemos asegurar de que todas las variables están incluidas en la forma y medida correcta. A la vez permite la verificación del planteamiento y el uso de la fórmula adecuada.

Flujo de Caja: En finanzas y en economía se entiende por **flujo de caja o flujo de fondos** (en inglés *cash flow*) los flujos de entradas y salidas de caja o efectivo, en un período dado.

Valor Presente: También conocido como valor actualizado neto o valor presente neto (en inglés *net present value*), cuyo acrónimo es VAN (en inglés, NPV), es un procedimiento que permite calcular el valor presente de un determinado número de flujos de caja futuros, originados por una inversión.

Valor Futuro: Es la cantidad de dinero que alcanzará una inversión en alguna fecha futura al ganar intereses a alguna tasa compuesta.

Finanzas: Las finanzas son las actividades relacionadas para el intercambio de distintos bienes de capital entre individuos, empresas, o Estados y con la incertidumbre y el riesgo que estas actividades conllevan.

2.2 OBJETIVO GENERAL

Aplicar los conceptos de interés simple e interés compuesto en las diferentes operaciones financieras.

2.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Calcular el Interés Simple de un dinero colocado a determinado tiempo.
- Calcular el Interés Compuesto (interés sobre interés) de un dinero colocado a determinado tiempo

2.4 TEMA 1 INTERÉS SIMPLE

LAS FINANZAS

La **demanda** de **bienes** y **servicios** que se realiza permanentemente, nos hace partícipes del **ahorro,** aunque no se hable o se trate de ello en nuestra vida cotidiana. Hoy por hoy se habla de:

- La bolsa de valores,
- Las acciones,
- Los bonos,
- La rentabilidad, entre otros

Por lo tanto, y sin quererlo, se está oyendo hablar de una de las tantas maneras como **las empresas se capitalizan**.

La **abundancia del dinero** en el mercado, que lleva a que **las empresas y personas demanden más**, un **excesivo gasto** del **gobierno**, pueden llevar a que **la demanda**, en forma global **se incremente**. Ambos son muestras de **una demanda mayor** que **la oferta** y, por consiguiente, de **un incremento generalizado** en los **precios**, la **INFLACIÓN**.

Nota 1:

Si los precios de los bienes y servicios suben (inflación)

↓ **Las Empresas** ↓

No podrán vender todo lo producido, almacenarán (stock) mercancías y despedirán trabajadores (disminuirá la demanda de mano de obra y bajará su precio- el salario),

↓

No podrán invertir en materias primas y máquinas (para que si no hay quien compre la producción, por los altos precios)

↓ **y, por lo tanto,** ↓

No demandarán dólares, que es lo que se necesita para traer cosas del exterior (bajará el tipo de cambio, al bajar su demanda)

↓ **y tampoco** ↓

Solicitarán créditos (disminuirá la demanda de dinero) a las entidades financieras, entre otros.

Nota 2: Si Por algún momento **la tasa de interés** (**precio del dinero medido en porcentaje**), **se incrementa** (significa **una demanda** de dinero **mayor** que la **oferta**), esto es, hace **falta dinero** en el mercado, por lo tanto:

- Las empresas **se abstendrán** de solicitar **créditos** (que **los necesitan** permanentemente para poder **funcionar)** y **disminuye** la producción y el empleo,

- Existirán **menos productos** en el mercado (disminuirá **la oferta** de bienes y servicios), y

- **Subirán los precios** al mismo tiempo que, como **aumenta el desempleo** habrá **menos ingresos** y hasta **la situación social** se **deterioraría**.

Nota 3: **El dinero** que hay en la economía es **administrado** por **las instituciones financieras**, tales como:

- **Bancos comerciales,**
- **Corporaciones de ahorro y vivienda,**
- **Corporaciones financieras,**
- **Compañías de financiamiento comercial, y**
- **Cooperativas de grado superior.**

1. Éstas entidades **son intermediarios**, es decir, están entre dos agentes: **reciben** o **captan dinero** de las empresas, de las familias, de las instituciones, ya sea porque **no lo están necesitando** por ahora o porque **es un excedente**, en este caso éstos organismos **ofrecen dinero** y las instituciones financieras lo **demandan, lo captan**; si hay **una oferta** y **una demanda** hay **un precio**, ese **precio** es **el interés**, el depósito sobre los depósitos que pagan las entidades financieras, por **captar dinero** se llama <u>Tasa de Interés de Captación</u> (o <u>tasa de interés pasiva</u>).

2. Cuando las instituciones financieras **salen del dinero** que han **captado**: Este dinero (**sólo una parte**) lo va a **ofrecer** a otras empresas, otras familias y a otras instituciones que **lo requieran**; en ésta oportunidad éstos **últimos organismos** actúan como **demandantes** y **las instituciones financieras** como **oferentes**; hay **otro mercado** y **otro precio**, esta vez **el precio por colocar ese dinero** en la economía, **lo cobran** las **instituciones financieras,** se llama <u>Tasa de interés de Colocación</u> (o <u>tasa de interés activa</u>).

3. Cuando las **instituciones financieras** también **se demandan** y **ofrecen** dinero **entre ellas**, **el precio** que cobran se conoce con el nombre de <u>Tasa de Interés Interbancaria</u>.

Nota: Es evidente que los organismos financieros no **"compran huevos para vender huevos"**, en consecuencia, **la tasa de interés de colocación** será **mayor** que **la tasa de interés de captación** y su diferencia se conoce como MARGEN DE INTERMEDIACIÓN FINANCIERO.

Por ejemplo: Si una corporación de ahorro y vivienda (Bancolombia, Davivienda, AV VILLAS) **captan al 8% efectivo anual** o sea el interés que pagan a quienes tengan cuenta allá; estarán **colocando, prestando al 22%**, más o menos, su **margen de intermediación** es del **14%.**

EL INTERÉS

Cuando se presta dinero a alguien, hay algo que se debe precisar: en qué fecha los va a pagar.

No tiene **el mismo efecto económico** cancelar dentro de **un mes** que cancelar dentro de **un año**. Puesto que en nuestro sistema económico hemos aceptado la capacidad que tiene **el dinero de aumentar su magnitud** cuando transcurre **el tiempo**. Esto se debe a la existencia del **interés**.

DEFINICIONES:

A continuación, se definirán algunos elementos fundamentales para el desarrollo de este módulo, en especial para esta unidad, definiciones tales como:

- **Valor del dinero en el tiempo**. El **valor del dinero en el tiempo**, en inglés, ***Time Value of Money*** (*TVM*), es un concepto basado en la premisa de que un **inversor** prefiere recibir un **pago mayor** de una suma fija de dinero en el futuro, en lugar de recibir **el mismo** que invirtió, como si no lo hubiera usado, es decir, el producido del dinero fuese nulo.

- **Valor recibido o entregado por el uso del dinero a través del tiempo**: Se puede afirmar que no es lo mismo un millón de pesos de hoy a un millón de pesos dentro de un año, pues por **los efectos** de **la inflación**, y otras **variables económicas**, no se pueden comprar los mismos bienes de hoy dentro de un año, por lo tanto, se puede afirmar que el dinero tiene un valor diferente en el tiempo, dado que está afectado por varios factores, tales como:

    - **La inflación** que hace que el dinero **pierda poder adquisitivo** en el tiempo, es decir, que se **desvalorice.**

    - **El riesgo** en que se incurre al **prestar** o al **invertir**, pues no se tiene **certeza absoluta** de **recuperar** el dinero prestado o invertido.

    - **La oportunidad** que tendría el **inversor** en otra actividad económica, **protegiéndolo** no sólo de **la inflación** sino también con la posibilidad de **obtener una utilidad**.

- **Beneficio económico o ganancia que generará un capital** (también denominado **utilidad**): Es un término utilizado para designar **la ganancia** que se obtiene de **un proceso** o **actividad económica**. Es más bien impreciso, dado que incluye el resultado positivo de esas actividades medido tanto en forma **material o "real"** como **monetaria o nominal.** Consecuentemente, algunos diferencian entre **beneficios** y **ganancia**.

- **Precio que se paga por el uso del dinero que se tiene en préstamo, durante un período determinado**: Este precio es lo que se denomina como **tasa de interés** (o **tipo de interés**) y es **el precio del dinero** o **pago estipulado**, **por encima** del **valor depositado**, que un inversionista debe recibir, por **unidad de tiempo** determinado, por haber usado su dinero durante ese tiempo. Comúnmente se le llama **"el precio del dinero"** en el mercado financiero, ya que refleja cuánto paga un **deudor** a un **acreedor** por usar su dinero durante el periodo previamente determinado.

- **Rendimiento de una inversión**: Es una herramienta que **mide la efectividad** total de **la generación de utilidades** con la inversión disponible; la **mejor alternativa de inversión** es aquella que **maximiza las utilidades**.

Nota: Antes de entrar a definir el cálculo del interés de una inversión, se revisarán unos conceptos de suma importancia y aplicabilidad en el desarrollo del tema.

TANTO POR CIENTO

Se llama tanto por ciento de un número a una o varias de las cien partes-iguales en que se puede dividir dicho número, es decir, uno o varios centésimos de un número.

El signo del tanto por ciento es %.

Así, el **3%** de **490** es **14.70**, porque 490 se divide en 100 partes iguales y de ellas tomamos **tres**, esto es:

$$\frac{490}{100}\times 3 = 4.9\times 3 = 14.70$$

ELEMENTOS DEL TANTO POR CIENTO		
Base	Número del que se toma cierto número de veces una centésima.	Se denota por **B**
Tanto por ciento	Número de veces que se toman centésimas de la base.	Se denota por **T**
Porcentaje	Es el resultado de tomar de la base tantos centésimos como indica el tanto.	Se denota por **P**
La suma de la Base más el porcentaje	Se llama Monto.	Se denota por **M**
La Base menos el porcentaje	Se llama Diferencia.	Se denota por **D**

En tal forma para el caso que nos compete se tiene:

$$490 + 14.70 = 504.70\ (M)$$

$$490 - 14.70 = 475.30\ (D)$$

RECUERDE QUE:

- La razón entre dos números enteros no es más que una división así:

$$\frac{5}{2} = 2.5\ (raz\acute{o}n)$$

- La igualdad de dos razones conforma una proporción, así:

$$\frac{5}{2} = \frac{10}{4}\ se\ puede\ representar\ tambi\acute{e}n\ as\acute{\imath}\ 5:2 :: 10:4$$

Los **casos generales** del tanto por ciento se resuelven por medio de la siguiente **proporción**:

$\frac{100\ (Extremo)}{T\ (Medio)} = \frac{B\ (medio)}{P\ (Extremo)}$, también se puede escribir:

$100: T :: B: P$

Dónde: $T = Tanto, B = Base, P = Porcentaje$

- **Nota 1**: El 10% de 100 es 10, porque 100 se divide en 100 partes iguales y de ellas tomamos 10. Es evidente que el 100% de un número, es el mismo número. Así, el 100% de 20 es 20.
- **Nota 2**: El tanto por ciento se puede expresar en forma fraccionaria, o en forma decimal, así:

- Forma fraccionaria: $3\% = \frac{3}{100}$ (Por ciento, representado por el símbolo **%** significa centésimos).
- Forma decimal: $3\% = 0.0$

EJEMPLOS DE CASOS QUE SE PRESENTAN CON EL TANTO POR CIENTO

2.5 EJERCICIOS DE APRENDIZAJE

Analicemos 3 casos generales del tanto por ciento:

1. Hallar el porcentaje (Número).
2. Hallar la base (Número).

3. Hallar el tanto.

1 Hallar el porcentaje (número)

Hallar el 15% de $\$$ 3.400

Procedimiento

Se utiliza la proporción: $\frac{\mathbf{100\ (Extremo)}}{\mathbf{T\ (Medio)}} = \frac{\mathbf{B\ (medio)}}{\mathbf{P\ (Extremo)}}$, Reemplazando, se tiene:

$$\frac{\mathbf{100\ (Extremo)}}{\mathbf{15\ (Medio)}} = \frac{\mathbf{3.400\ (medio)}}{\mathbf{X\ (Extremo)}}$$

Utilizando la propiedad fundamental de las proporciones:

PRODUCTO DE MEDIOS=PRODUCTO DE EXTREMOS

Se tiene:

$$\mathbf{100 * X = 15 * 3400 \rightarrow X = \frac{15 * 3400}{100} \rightarrow X = \frac{51.000}{100} \rightarrow X = 510}$$

Lo anterior es la consecuencia de una regla de tres simples:

$$\begin{array}{cc} \% & \$ \\ \mathbf{100} & \mathbf{3400} \\ \mathbf{15} & \mathbf{X} \end{array} \mathbf{\rightarrow X = \frac{3400 * 15}{100} \rightarrow X = \frac{51000}{100} \rightarrow X = 510}$$

2. Hallar la base

Cobré el 35% de lo que me adeudaban. Si me dieron $2.800, ¿a cuánto ascendía el total de la deuda?

Procedimiento

Se utiliza la proporción:

$$\frac{\mathbf{100\ (Extremo)}}{\mathbf{35\ (Medio)}} = \frac{\mathbf{X\ (medio)}}{\mathbf{2800\ (Extremo)}}$$

También, $\mathbf{100:35 :: X:2800 \rightarrow 35 * X = 2800 * 100 \rightarrow}$

$$X = \frac{2800 * 100}{35} \rightarrow X = \frac{280000}{35} \rightarrow X = \$\,8000$$

Observe para este caso, la disposición de la proporción con respecto al primer caso general del tanto por ciento.

Utilizando la regla de tres simples:

$$\begin{array}{cc} \% & \$ \\ \mathbf{35} & \mathbf{2800} \\ \mathbf{100} & \boldsymbol{X} \end{array} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{2800 * 100}}{\mathbf{15}} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{280000}}{\mathbf{35}} \rightarrow \boldsymbol{X} = \$\,\mathbf{8000}$$

3. **Hallar el tanto por ciento:**

Compré una máquina en $5.600 y perdí en ella 504. ¿Cuál es el tanto por ciento de pérdida?

Procedimiento

Utilizando la regla de tres simples:

$$\begin{array}{cc} \$ & \% \\ \mathbf{5600} & \mathbf{100} \\ \mathbf{504} & \boldsymbol{X} \end{array} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{504 * 100}}{\mathbf{5600}} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{50400}}{\mathbf{5600}} \rightarrow \boldsymbol{X} = \mathbf{9}\%$$

Nota: Este caso tiene aplicación a cada partida del estado de Pérdidas y Ganancias tomando como base, las ventas totales de fin de período, equivalente al 100%.

TENGA PRESENTE QUE:

CASO	EJEMPLO
a) Para hallar el **porcentaje de un número**, es decir, el 15% de 32, se obtiene mediante una sencilla regla de tres, planteada así:	$\begin{matrix} \mathbf{100\%} & - & \mathbf{32} \\ \mathbf{15\%} & - & \boldsymbol{X} \end{matrix} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{35\times15}}{\mathbf{100}}$ $\boldsymbol{X} = \mathbf{4.8}$
b) En la práctica; para encontrar el **% de un número**, se multiplica el <u>número base</u>, por el <u>número porcentual</u> y se divide por 100. Así: El 20% de 80 $\rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{20\times80}}{\mathbf{100}} = \mathbf{16}$	
c) Para hallar un número, cuando se conoce un tanto por ciento de dicho número. Por ejemplo: **¿De qué número es 46 el 23%?**	$\begin{matrix} \mathbf{23\%} & - & \mathbf{46} \\ \mathbf{100\%} & - & \boldsymbol{X} \end{matrix} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{46\times100}}{\mathbf{23}}$ $\boldsymbol{X} = \mathbf{200}$
d) Dados dos números se puede averiguar qué tanto por ciento es uno del otro mediante una regla de tres. Ejemplo: **¿Qué % de 8.400 es 2.940?**	$\begin{matrix} \mathbf{8400} & - & \mathbf{100\%} \\ \mathbf{2940} & - & \boldsymbol{X} \end{matrix} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{100\times2940}}{\mathbf{8400}}$ $\boldsymbol{X} = \mathbf{35\%}$ Interpretando la respuesta: 2940 es el 35% de 8400.

<table>
<tr><th>CASOS PARTICULARES DEL TANTO POR CIENTO</th><th>SOLUCIÓN EJEMPLOS</th></tr>
<tr><td>Tanto por ciento más.

Ejemplo: **¿De qué número es 265 el 6% más?**</td><td>El número que se busca lo representamos por su **100%.** Si **265** es el **6% más** que ese número, 265 será el **100% + 6%** igual al **106%** del número buscado. Para encontrarlo planteamos una regla de tres, así:
$$\begin{matrix} \mathbf{106\%} & - & \mathbf{265} \\ \mathbf{100\%} & - & \boldsymbol{X} \end{matrix} \rightarrow$$
$$\boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{265 \times 100}}{\mathbf{106}}$$
$$\boldsymbol{X} = \mathbf{250}$$</td></tr>
<tr><td>Tanto por ciento menos.

Ejemplo: **¿De qué número es 265 el 6% menos?**</td><td>Se procede, al contrario del caso anterior, es decir, **el 6% se resta**, del **100%.** Si **265** es el **6% menos** que ese número buscado, **265** es el

100% -6% igual a **94%,** del número buscado. Para encontrarlo planteamos, una regla de tres, así:
$$\begin{matrix} \mathbf{94\%} & - & \mathbf{265} \\ \mathbf{100\%} & - & \boldsymbol{X} \end{matrix} \rightarrow$$
$$\boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{265 \times 100}}{\mathbf{94}}$$
$$\boldsymbol{X} = \mathbf{281.91}$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tanto por mil: Se llama tanto por mil de un número, a una o varias de las **mil partes iguales** en que se puede dividir dicho número, es decir, uno o varios, milésimos de un número. El signo del tanto por: mil es $^{\circ}/_{oo}$. En el tanto por mil se contemplan los mismos casos que, en el tanto por ciento y su tratamiento es similar.</td></tr>
</table>

PISTA DE APRENDIZAJE

> **Tenga presente**: Cuando en un problema nos dan el monto o la diferencia, para hallar la base o el porcentaje, conocido también el tanto por ciento.

2.5.1 EJERCICIOS DE APRENDIZAJE

1. Compré mercancía por valor de \$630 y deseo venderla ganando el 15% sobre el precio de compra. ¿En cuánto debo venderla?

Procedimiento

Se aplica la proporción:

$$\mathbf{100 : 100 + 15 :: 630 : \boldsymbol{X}} \rightarrow \begin{array}{ccc} \color{red}{\%} & & \color{red}{\$} \\ \mathbf{100} & - & \mathbf{630} \\ \mathbf{115} & - & \boldsymbol{X} \end{array} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{630 \times 115}}{\mathbf{100}} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{72450}}{\mathbf{100}}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{X} = \mathbf{\$\,724.50}$$

2. Compré una casa en \$949,20, si el que me la vendió ganó el 13%. ¿Cuánto le costó?

Procedimiento

Se aplica la proporción:

$$\mathbf{100 : 100 + 13 :: \boldsymbol{X} : 949.20} \rightarrow \begin{array}{ccc} \color{red}{\%} & & \color{red}{\$} \\ \mathbf{113} & - & \mathbf{949.20} \\ \mathbf{100} & - & \boldsymbol{X} \end{array} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{949.20 \times 100}}{\mathbf{113}} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{72450}}{\mathbf{100}}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{X} = \mathbf{\$\,840}$$

3. Una sortija me costó \$450 y la vendí perdiendo el 16%; ¿en cuánto la vendí?

Procedimiento

Se aplica la proporción:

$$\mathbf{100 : 100 - 16 :: 450 : X} \rightarrow \begin{array}{cc} \% & \$ \\ \mathbf{100} - & \mathbf{450} \\ \mathbf{84} - & \boldsymbol{X} \end{array} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{450 \times 84}}{\mathbf{100}} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{37800}}{\mathbf{100}}$$

$\rightarrow \boldsymbol{X} = \mathbf{\$378}$

- La regla de interés es una operación por medio de la cual se halla la ganancia o interés que produce **una suma de dinero** o **capital**, prestado a un **tanto por ciento** dado y durante un **tiempo determinado**; También, puede decirse, que es la compensación que recibe el capital por su uso o por su cesión a otra persona. Se representa por $\boldsymbol{i}$ (interés).

En el estudio de las operaciones comerciales, entran los siguientes conceptos, aparte del interés ya reseñado:

- CAPITAL
- INTERÉS
- TIEMPO

DEFINICIÓN DE CONCEPTOS	
CONCEPTO	**DEFINICIÓN - EJEMPLO**
Capital	• Es la **cantidad de dinero** que se presta. También se le conoce con el nombre de **Valor Actual, Valor Presente** o, simplemente, **Presente**. Se representa por $\boldsymbol{P}$, por $\boldsymbol{C}$ o por $\boldsymbol{V_p}$. • También se puede decir que el capital, es **un depósito de dinero efectivo producto de una renta**, esto es: **El interés**.
Tasa de Interés	Es la cantidad de dinero que se paga por el alquiler de \$100, o por el alquiler de \$1. ✓ En el primer caso se denomina tasa porcentual, y ✓ En el segundo caso, tasa por UNO. En ambos casos se representará por $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{i}$. Por ejemplo, si tengo que pagar **\$3**, **de interés** por un **préstamo de \$100,** entonces

	la tasa será del **3 por ciento**, que se escribe $\mathbf{3\%}$ y si se tiene que pagar tres centavos por el préstamo de \$1 la tasa será **0.03 por UNO** que también se puede escribir como $\mathbf{3\%}$, desde que: $$\mathbf{3\%=\frac{3}{100}}$$
Por Ciento (Porcentaje)	El término <u>por ciento</u>, representado por el símbolo **%** significa **centésimos**; o sea que,$\mathbf{20\%}$ es otra forma de representar $\mathbf{\frac{20}{100}; 0.20; \frac{1}{5}}$ Podemos decir también que la tasa de interés: **es el valor que se fija en la unidad de tiempo a cada 100 unidades monetarias que se dan o se reciben en préstamo.** Se dice por ejemplo: **3.5% mensual**; **42% anual**. Al decir el **3.5% mensual**: por **cada \$100** se cobra o se pagan **\$3,50 al mes**; este es el precio fijado a cien pesos en un mes. **Nota:** Mientras no se dé ninguna especificación en contrario, la tasa de interés se entenderá anual. Al calcular la tasa de interés, **el resultado viene dado en forma decimal** y como normalmente se expresa en porcentaje, puede ser escrito como por ciento, colocando el punto decimal dos lugares a la derecha y el símbolo porcentaje.
Tiempo	Es el **lapso durante el cual se hace uso o se cede el capital** y según las partes puede dividirse en **meses**, **trimestres**, **semestres**, **años**. También podemos decir del tiempo, que **es la duración del préstamo**; normalmente, la **unidad de tiempo es el año** y lo representaremos por $\boldsymbol{t\ o\ n}$.

CLASIFICACIÓN DEL INTERÉS

Existen "**el interés simple y el interés compuesto**".

Nota: En este aparte se trabajará lo correspondiente al **interés simple**.

INTERÉS SIMPLE:

Es simple cuando el **interés o rédito**, es decir, **la ganancia que produce el capital**, se percibe **al final de períodos iguales de tiempo,** sin que **el capital varíe**. Es decir, el interés simple, es el que **produce un capital de $ C que permanece constante a través del tiempo** y por lo tanto **la renta (interés)** que produce, **será siempre igual de un período a otro**.

Nota: Siempre será igual de un período a otro a menos que cambie la tasa de interés.

- **Cálculo del interés que produce el dinero**

¿Cómo se calcula la suma que se debe recibir en cada período?

La suma de dinero que se recibe periódicamente como paga por el préstamo del dinero, resulta de multiplicar el número de unidades prestadas por la tasa de interés.

Si el préstamo es de **$1’000.000 (millón de pesos)** y se decide cobrar una tasa del **2% mensual,** el interés se obtiene multiplicando:

$$\$1'000.000 * 2\% = 20.000$$

Es decir, el interés que se debe pagar es de **$20.000** (veinte mil pesos mensuales).

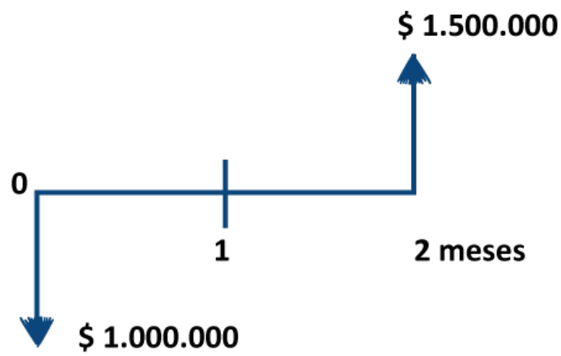
2.5.2 EJERCICIO DE APRENDIZAJE:

El señor Patiño le prestó al señor Cano la suma de **$1.000,** con la condición de que el señor Cano le devuelva al señor Patiño la suma de **$1.500** dos meses después.

Se puede observar: Que el señor Patiño se ganó **$500** por prestarle **$1.000** al señor Cano durante **dos meses**. Esto indica que **los intereses** fueron de **$500** durante **dos meses**, o sea **$250 mensuales**.

I=$500

El problema planteado se puede representar en un **diagrama económico**:



- **DIAGRAMA ECONÓMICO**

Consiste en la **representación gráfica** del problema financiero, que nos permite visualizarlo y hacer una definición y un análisis correcto de **las condiciones** para **transferir** o **manejar** el dinero.

El **diagrama económico** consta de los siguientes elementos:

1. **Líneas de tiempo:** es una línea horizontal donde se representan todos los periodos en los cuales se ha dividido el tiempo para efectos de la tasa de interés.
2. **Flujo de Caja:** se representa con unas flechas hacia arriba y otras hacia abajo (ingresos-egresos).

- **TASA DE INTERÉS**

La **tasa de interés** ($\boldsymbol{i}$) es la relación entre lo que recibe de interés (($\boldsymbol{I}$) y la cantidad inicial invertida ($\boldsymbol{P}$). Esta se expresa en forma **porcentual**.

- **INTERÉS SIMPLE**:

valor que se obtienen al multiplicar el **capital invertido** por **la tasa** y **el plazo** pactado, esto es:

$$\boldsymbol{I = P * i * n}$$

$\boldsymbol{I}$: **Interés**
$\boldsymbol{P}$: **Capital invertido**
$\boldsymbol{i}$: **Tasa**
$\boldsymbol{n}$: **Plazo**

Nota 1: la tasa ($\boldsymbol{i}$) y el plazo ($\boldsymbol{n}$) o períodos tienen que estar en **la misma unidad de tiempo**.

Nota 2: Al calcular la tasa interés en **cualquier período**, el **capital inicial nunca va a variar**, pues **los intereses no se capitalizan**.

Para visualizar la solución de problemas y comprender la deducción de las fórmulas nos apoyaremos en los

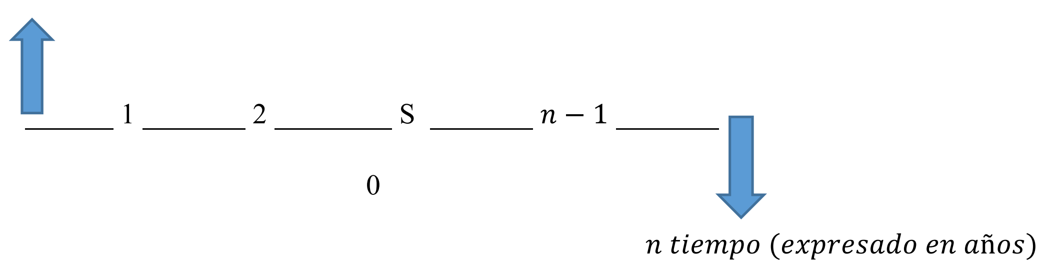
diagramas de tiempo: consiste en trazar **una línea horizontal** y dividirla en **períodos iguales de tiempo**, según **la frecuencia de liquidación de intereses**. El tiempo **O (cero)** se considera el **presente** o **inicio** del período, el **tiempo 1 el final del período 1**, el tiempo**2, el final del período 2**, así sucesivamente hasta agotar los periodos pactados.

Nota: Tener presente que: **el final del período 1 es el principio del período dos, que el final del período dos, es el principio del período 3 y así sucesivamente para** $\boldsymbol{n}$ **períodos**; el tiempo $\boldsymbol{n}$ se considera el mal del período $\boldsymbol{n}$, el final del período ($\boldsymbol{n-1}$) es el principio del período $\boldsymbol{n}$.

El **diagrama de Líneas de Tiempo**, puede representar:

- ✓ Entradas de dinero y desembolsos que ocurren en un tiempo dado, o
- ✓ Cuentas por cobro y cuentas por pagar.
- ✓ Las **entradas** de dinero, **cuentas por cobrar**, se representan por una **flecha dirigida hacia arriba**.
- ✓ Los **desembolsos**, las **cuentas por pagar,** se representan por una **flecha dirigida hacia abajo**.

Diagrama de tiempo para un **prestatario** (persona que **necesita** y **solicita** dinero) , está dado por:



Interpretación: Al inicio del período uno (hoy) se recibe un préstamo de $10.000, a una tasa del 24% anual a interés simple, durante 5 años. Se debe reintegrar al cabo de los 5 años, un Monto: capital inicial + los intereses causados durante los 5 años.

Diagrama de tiempo para el **prestamista** o **inversionista** (persona que **facilita** el dinero a alguien), está dado por:

$$\boldsymbol{F = M = C + 1}$$

0 ______ 1 _______ 2 ________ S S _______ $n - 1$ _______ $\boldsymbol{n\ en\ años}$

$\boldsymbol{C} = \$\mathbf{10.000}$

$\boldsymbol{i = 24\%\ anual}$

$\boldsymbol{n = 5\ años}$

Interpretación: Sacar dinero para prestarlo; al final de los 5 años se debe reintegrar un **monto o valor** futuro: que corresponde **al capital inicial** que se cede, **más los intereses que se ganan** por prestar dinero.

- **¿QUÉ SE REQUIERE PARA DETERMINAR EL INTERÉS?**

Este se determina conociendo:

- **El capital,**
- **El tiempo y**
- **La tasa de interés.**

2.5.3 EJERCICIO DE APRENDIZAJE

1. Supongamos que se realiza un préstamo de **$1.000** al **1% mensual** con un plazo de **tres (3) meses**, determinar el interés a pagar en los 3 meses.

Procedimiento

El razonamiento puede ser el siguiente:

Si **$100** ganan **$1** en **un mes**, ¿cuánto ganarán $1.000?

Esto equivale a plantear una regla de tres simples:

$$\begin{array}{lll} \$ & & \$ \\ 100 & - & 1 \\ 1000 & - & X \end{array}$$

Efectuando **producto de medios** es **igual** al **producto de extremos**, se tiene:

$$\mathbf{100}\boldsymbol{X} = \mathbf{1000}\times\mathbf{1} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{1000}}{\mathbf{100}} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{X} = \mathbf{10}}$$

Esto quiere decir que **$1.000** en un mes producen **$10** al **1%** mensual.

Veamos cuánto producen en **3 meses**.

Un razonamiento similar al anterior resuelve el problema, si en un mes producen $10 ¿Cuánto producirán en 3 meses?

$$\begin{array}{ll} Mes & \$ \\ 1 - & 10 \\ 3 - & X \end{array}$$

Efectuando producto de medios es igual al producto de extremos, se tiene:

$$\mathbf{1 * X = 3 * 10 \rightarrow X = \frac{30}{1} \rightarrow X = 30}$$

(Produce $ 30 en tres meses).

Analizando las respuestas obtenidas se observa que:

30 no es más que el **producto del capital** por la **tasa de interés** y por **el tiempo**.

Esto es: $\mathbf{X = 1000 \times 0.01 \times 3 \rightarrow X = 30}$

De lo anterior se puede sacar como **expresión final** para determinar el valor del interés simple que produce un capital de $P o $C, invertido a una tasa i = R, durante n = T períodos, la siguiente:

$$\boldsymbol{I = C \times i \times n \ (Método\ bancario)}$$

Tenga presente que: al calcular **el interés**, que tanto **la tasa de interés** como **el tiempo**, deben quedar reducidos a **la misma base**, es decir, si la tasa está dada mensualmente y el tiempo en años se deben convertir los años a meses o viceversa, para resolver problemas sin ningún contratiempo o dificultad que conlleven al error.

1. ¿Qué interés produce un capital de **$15.000** al **6% semestral** en **tres años**?

Procedimiento

- ✓ Datos del problema:

$$\boldsymbol{C = \$15.000, i = 6\%\ semestral, n = 3\ años}$$

$$\boldsymbol{i = 6\% = \frac{6}{100} = 0.06}$$

Recuerde que: un año son 2 semestres, 3 años son 6 semestres (La tasa de interés y el tiempo deben quedar reducidos a la misma, base, es decir, como tasa está dada semestralmente y el tiempo en años, se deben convertir los años a semestres porque la tasa se dio semestral).

✓ Solución:

$\boldsymbol{I = C \times i \times n \rightarrow I = \$15.000 \times 0.06 \times 6 \rightarrow}$

$\boldsymbol{I = \$\,5.400}$

El interés ganado en 3 años es de $\boldsymbol{\$\,5.400}$

Nota 1: Para todas las operaciones comerciales, se tomará:

- El año comercial= 360 días.
- Mes comercial= 30 días.

Nota 2: La tasa de interés en **forma decimal** será la utilizada en el proceso matemático de los ejercicios de esta unidad. La respuesta se presenta en forma porcentual.

2. ¿A qué tasa de interés mensual simple estuvo invertido un capital de $40.000 para que en un tiempo de 2 años, 4 meses y 27 días produjera $28.900 de intereses?

Procedimiento

- Se utiliza la ecuación: $\boldsymbol{I = C \times i \times n}$

Se despeja $\boldsymbol{i \rightarrow i = \frac{I}{C \times n}}$

- Se convierten 2 años, 4 meses y 27 días en días de la siguiente forma:
- $\boldsymbol{2\ años \times {}^{360 días}/_{1\ año} = 720\ días}$
- $\boldsymbol{4\ meses \times {}^{30 días}/_{1 mes} = 120\ días}$
- $\boldsymbol{27\ días}$
- Entonces 2 años, 4 meses y 27 días equivalen a $\boldsymbol{720\ días\ 120\ días 27\ días = 867\ días}$
- Se convierten estos días en meses de la siguiente forma:

$$\begin{array}{cc} \boldsymbol{Días} & \boldsymbol{Meses} \\ \mathbf{30} & \mathbf{1} \\ \mathbf{867} & \boldsymbol{X} \end{array} \rightarrow \boldsymbol{X} = \frac{\mathbf{1}\times\mathbf{867}}{\mathbf{30}} \rightarrow \boldsymbol{X} = \mathbf{28.9}\ \boldsymbol{meses}$$

Reemplazando en $\boldsymbol{i} = \frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{n}} \rightarrow \boldsymbol{i} = \frac{\mathbf{28.900}}{\mathbf{40.000}\times\mathbf{28.9}} \rightarrow \boldsymbol{i} = \mathbf{0.025}$

Como la tasa viene expresada en forma decimal para expresarla en forma porcentual la multiplicamos por 100, acompañado de la denotación %, esto es:

$$\boldsymbol{i} = \mathbf{0.025}\times\mathbf{100} \rightarrow \boldsymbol{i} = \mathbf{2.5}\%$$

- ¿Qué período de tiempo lleva $\boldsymbol{i}$?

En meses, por cuanto $\boldsymbol{n}$ está dado en meses.

MONTO O VALOR FUTURO ($\boldsymbol{M\ o\ V_f}$)

Se llama así la **suma del capital** y **sus intereses**.

Se dice que una **operación financiera** se maneja bajo el concepto de **interés simple,** cuando los intereses liquidados **no se suman** periódicamente al **capital,** es decir los intereses no devengan intereses.

Deducción:

$$Sean\ \boldsymbol{V_p} = \boldsymbol{Capital\ o\ valor\ presente}, \boldsymbol{M} = \boldsymbol{V_f} = \boldsymbol{Monto\ o\ Valor\ futuro}, \boldsymbol{I} = \boldsymbol{Interés} \rightarrow$$

$$\boldsymbol{M = V_f = V_p + I}$$

Recuerde que:

$$\boldsymbol{I = V_p \times i \times n}$$

Reemplazando se tiene:

$$\boldsymbol{M = V_f = V_p + V_p \times i \times n}$$

Sacando factor común $\boldsymbol{V_p}$:

$$\boldsymbol{M = V_f = V_p * (1 + i \times n)}$$

Nota: ¿Cuál es la idea práctica del monto?
En ocasiones no se pagan periódicamente los intereses y por lo tanto se acumulan, debiéndose pagar al vencimiento junto con el capital.

CARACTERÍSTICAS DEL VALOR FUTURO A INTERÉS SIMPLE

1. El **capital inicial no varía** durante **todo el tiempo** de la operación financiera, ya que **los intereses no se suman** al **capital inicial**.
2. Como consecuencia, la **tasa de interés** siempre se aplicará sobre el **mismo capital**, es decir, sobre el **capital inicial** (así se retiren o no los intereses).
3. Los intereses serán siempre **iguales** en el **mismo período.**

Nota 1: Otra forma de expresar el valor futuro, está dada por la siguiente expresión:

$$F = P\,(1 + ni)$$

Dónde:

F: Representa valor futuro. Es decir: el capital inicial + los intereses generados en un tiempo determinado.
P: Valor presente, capital invertido.
i : Interés
n : Periodo de tiempo

Nota 2: De esta expresión se pueden despejar cada una de las variables que hacen parte de esta, así:

- $P = \frac{F}{(1+ni)}$ **(Valor Presente)**
- $i = \frac{\frac{F}{P}-1}{n}$ **(Interés)**
- $n = \frac{\frac{F}{P}-1}{i}$ **(Periodos)**

2.5.4 EJERCICIO DE APRENDIZAJE

¿Qué suma se tendrá que pagar al término de 3 años, si se tomaron prestados $60.000 al 6% semestral simple pagadero al vencimiento?

Procedimiento:

Datos del problema:

$\boldsymbol{C = \$60.000}$

$\boldsymbol{i = 6\%\ semestral = 0.06\ semestral}$

$\boldsymbol{n = 3 años = 6\ semestres}$

- Aplicando la ecuación: $M = V_f = C * (1 + i \times n)$

$$V_f = 60.000 * (1 + 0.06 * 6) = 60.000 * (1 + 0.36)$$

$$V_f = 60.000 * 1.36 \rightarrow V_f = \$\,81.600$$

- Calculando el interés generado en los tres años:

$$\boldsymbol{I = C \times i \times n \rightarrow I = 60.000 * 0.06 * 6}$$

$$\boldsymbol{I = 21.600}$$

INTERÉS SIMPLE MEDIANTE DIAGRAMAS DE LÍNEA DE TIEMPO

Resaltando del concepto de interés simple mediante diagramas de línea de tiempo a través de dos ejemplos:

1. Sea el siguiente diagrama de líneas de tiempo:

$\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \ 1 \ \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \ 2 \ \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \ 3 \ \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \ 4 \ \_\_ \ \boldsymbol{V_f} = ¿?\ \boldsymbol{en\ años}$

$\leftarrow - - \boldsymbol{20\%\ anual} - \rightarrow | \leftarrow - - \boldsymbol{24\%\ anual} - - - \rightarrow |$

$\leftarrow - - - \boldsymbol{I} = ¿? - - \rightarrow \quad | \leftarrow - - - \boldsymbol{I} = ¿? - - - - - - \rightarrow \ | \ \boldsymbol{I = C \times i \times n}$

$C = \$\ \mathbf{10.000}$

Procedimiento:

PRIMER PROCEDIMIENTO:

$\boldsymbol{I_T = I_1 = I_2}$

$\boldsymbol{I_1 = 10.000 \times 0.2 \times 2 = 4.000}$

$\boldsymbol{I_2 = 10.000 \times 0.24 \times 2 = 4.800}$

$V_f = C + I_T \rightarrow V_f = 10.000 + (4.000 + 4.800) \rightarrow V_f = 10.000 + 8.800 \rightarrow$

$V_f = 18.800$

SEGUNDO PROCEDIMIENTO:

$\boldsymbol{V_f = C * (1 + i * n)}$, en donde:

$\boldsymbol{I * n = S *= \ i_1 * n_1 + i_2 * n_2 * n = 0.2 * 2 + 0.24 * 2 = 0.88}$

Con $\boldsymbol{i_1 = 0.2,}$ Reemplazando se tiene:

$\boldsymbol{i_2 = 0.24 V_f = 10.000 * (1 + 0.88)}$

$\boldsymbol{n_1 = 2 \rightarrow V_f = 10.000 * 1.88 \rightarrow V_f = 18.800}$

$\boldsymbol{n_2 = 2}$

2. Sea el siguiente diagrama de líneas de tiempo:

$\boldsymbol{V_f = 22.0000}$

1 2 3 4… 23… 24 25 26… 47 48

$\leftarrow$-------- 2% ***mensual*** $\longrightarrow$ | $\longleftarrow$ 3% ***mensual*** | $\longrightarrow$

$C = ¿?$

INTERÉS: $\mathbf{2\%\ mensual = 24\ anual = 48\%\ bianual\ (0.48)}$

$\mathbf{3\%\ mensual = 36\ anual = 72\%\ bianual\ (0.72)}$

$\mathbf{SUMA\ DE\ INTERESES = \ 0.48 + 0.72 = 1.20}$

SOLUCIÓN

PRIMER PROCEDIMIENTO:

$\mathbf{C = ¿?}$

$\mathbf{V_f = C + i \rightarrow 22.000 = C + (0.48C + 0.72C)}$

$\mathbf{22.000 = C + 1.2C \rightarrow 22.000 = 2.2C \rightarrow C = \frac{22.000}{2.2} \rightarrow}$

$\mathbf{C = \$\ 10.000}$

SEGUNDO PROCEDIMIENTO:

$\mathbf{V_f = C(1 + i * n) \rightarrow 22.000 = C(1 + 1.20) \rightarrow 22.000 = C\ (2.20) \rightarrow}$

$\mathbf{\rightarrow C = \frac{22.000}{2.20} \rightarrow C = \$10.000}$

Nota: Para trabajar el <u>interés simple</u> también se puede emplear la siguiente expresión denominada <u>método de supresión de factores</u>:

$$\mathbf{I = \frac{C \times R \times T}{100 \times UT}}$$

I=Interés

C=Capital

R=Rata, Porcentaje o tasa

T=Tiempo

UT=Unidad de tiempo

El factor **unidad de tiempo** se determina en base al tanto por ciento de interés ($\boldsymbol{R}$) ($\boldsymbol{i}$) y al tiempo ($\boldsymbol{t}$) ($\boldsymbol{n}$), así:

	R	T	UT
1.	**a)** $\%\ \boldsymbol{anual}$	$\boldsymbol{Años}$	$\mathbf{1}$
	b) $\%\ \boldsymbol{anual}$	$\boldsymbol{Meses}$	$\mathbf{12}$
	$\boldsymbol{c})\ \%\ \boldsymbol{anual}$	$\boldsymbol{Días}$	$\mathbf{360}$
2.	$\boldsymbol{a})\ \%\ \boldsymbol{mensual}$	$\boldsymbol{Años}$	$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{12}}$
	$\boldsymbol{b})\ \%\ \boldsymbol{mensual}$	$\boldsymbol{Meses}$	$\mathbf{1}$
	$\boldsymbol{c})\ \%\ \boldsymbol{mensual}$	$\boldsymbol{Días}$	$\mathbf{30}$

Nota: Para resolver este tipo de problemas se puede aplicar cualquiera de las dos fórmulas determinadas, ya que el resultado será el mismo, esto es:

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{C} \times \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{T}}{\mathbf{100} \times \boldsymbol{UT}}$$

$$o$$

$$I = C \times i \times n$$

Nota: Con las expresiones anteriores se puede encontrar cualquiera de los elementos que en ella intervienen, haciendo uso de los conocimientos necesarios para el desarrollo y aplicación de la fórmula.

2.5.5 EJERCICIOS DE APRENDIZAJE

1. ¿Cuánto producen $5.000 colocados al 15% anual durante un año?

Solución:

a. Aplicando:

$$I = \frac{C \times R \times T}{100 \times UT}$$

Se tiene: $I = \frac{C \times R \times T}{100 \times UT} \rightarrow I = \frac{5.000 \times 15 \times 1}{100 \times 1} \rightarrow I = \$\,750$

b. Aplicando:

$$I = C \times i \times n \rightarrow$$

Se tiene: $I = 5.000 \times 0.15 \times 1 \rightarrow I = \$\,750$

2. ¿Qué tiempo será necesario para duplicar un capital de **$4.000** al **2% mensual simple**? Elaborar el diagrama de líneas de tiempo.

Procedimiento:

PRIMER PROCEDIMIENTO:

$$\boldsymbol{I = c \times i \times t \rightarrow t = \frac{I}{C \times i}\ (Ecuación\ 1)}$$

0______1________2________3___________ss_________$n-1$__________$n =¿?\,meses$

$C = \$\ 4.000$ $\qquad$ $V_f = \$\ 8.000$

SEGUNDO PROCEDIMIENTO:

Si el capital inicial corresponde a **$4.000** y se **duplica** en **n periodo de tiempo**; quiere decir, que el monto será de $8.000, por lo tanto:

$\boldsymbol{V_f = c + I \rightarrow V_{f\_}C = I}$ Reemplazando:

$$\boldsymbol{I = 8.000 - 4.000 \rightarrow I = 4.00}$$

Reemplazando en la ecuación 1: $\boldsymbol{t = \frac{I}{C \times i}\ (Ecuación\ 1):}$

$$t = \frac{4.000}{4.000 \times 0.02} \rightarrow t = \frac{4.000}{80} \rightarrow t = 50$$

¿QUÉ UNIDAD DE TIEMPO TENDRÁ T?

Como la tasa es mensual, por lo tanto, el tiempo se da en **meses**.

(Nota: **50 meses** equivalen a **4 años y 2 meses**).

2.5.6 EJERCICIOS DE ENTRENAMIENTO

Es bastante importante que realices esta prueba, aunque ya hayas realizado problemas similares y hayas respondido preguntas iguales, ya que son conceptos de suma importancia para el desarrollo de la asignatura:

1. De acuerdo a los temas tratados, responde a las siguientes preguntas

a. En tus propias palabras define el concepto de interés y el de tasa de interés

b. ¿Qué es interés simple?

c. Con un ejemplo numérico calcule los intereses y defina las características del interés simple.

d. ¿Qué es interés simple?

2. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ qué porcentaje representa 80 mil pesos con respecto a 1.200.000.

a. 3,15% b. 6,67% c. 8,25 % d. 11%

3. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ en qué porcentaje se debe incrementar un salario de $500.000 para que se convierta en $620.000.

a. 30% b. 25% c. 24% d. 15%

4. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ un vendedor gane el 10% de comisión por ventas si gano $350.000 venta de un equipo, ¿por cuánto vendió el equipo?

a. $3.000.000 b. $4.500.000 c. $3.500.000 d. $3.750.000

5. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________. Un artículo tiene un precio de venta de $750.000 si concede un descuento del 8% ¿cuál sería el nuevo precio?.

a. 690.000 b. 630.000 c. 670.000 d. 625.000

6. A continuación encontrará una serie de enunciados con cuatro respuestas, de las cuales una sola es verdadera. Marque con una X **la** que usted considere correcta.

- ✓ Analizar a qué concepto corresponde la siguiente definición: ___________ qué es una tasa de interés:

a. Recipiente donde se coloca un líquido de interés
b. Relación entre el interés obtenido en un período y el capital inicial invertido.
c. Porcentaje que representa la relación entre una porción determinada con respecto al ciento por ciento.
d. Diferencia entre el valor presente y valor futuro.

- ✓ Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: __________ Un capital.

a. Dinero que se invierte al inicio o final de un período
b. Dinero que se obtiene al final de un período
c. Dinero invertido al inicio de un período
d. Dinero que se obtiene entre la diferencia de un valor futuro y un valor presente

- ✓ Analizar a qué concepto corresponde la siguiente definición: __________ qué es un flujo de caja.

a. Representa los ingresos o egresos de caja.
b. Gráfico que representa los ingresos y egresos de caja
c. Representa solo los ingresos de caja
d. Solo los egresos

- ✓ Analizar a qué concepto corresponde la siguiente definición: __________ el valor del dinero en el tiempo se mide por medio de:

a. La tasa de interés   b. los intereses   c. la inflación d. dividendos

- ✓ Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: __________. Valores ubicados en fechas diferentes se pueden sumar si y solo si

a. Están invertidos a la misma tasa de interés.
b. Si tienen el mismo valor
c. Si están en la misma fecha focal (futuro o presente)
d. Es indiferente si tienen diferente valor.

7. Resuelva los siguientes problemas de interés simple:

a. Durante cuánto tiempo ha de imponerse un capital de $ 25.000.000 al 4% para que se convierta en $50.000.000.

b. Se prestan $5.000.000 y al cabo de 2 años, 7 meses y 5 días se reciben # 12.500.000. Calcular el tanto por ciento de interés.

c. Hallar él tanto por ciento de interés simple al que deberá prestarse un capital para que al cabo de 10 años los intereses sean iguales al capital prestado.

d. ¿En cuánto tiempo se cuadruplica un capital colocado al 6%?

e. Hallar el interés producido durante 3 años, por un capital de $ 60.000.000, al 3%.

f. Calcular en qué se convierte, en 12 meses, un capital de $15.000.000, al 2.7%.

g. ¿Durante cuánto tiempo ha de colocarse un capital de $ 75 000?000 al 4% para que se convierta en $ 150.000.000 (esto es, para que se duplique)?

PISTAS DE APRENDIZAJE

Recuerde que: La regla de interés es una operación por medio de la cual se halla la **ganancia** o **interés** que produce **una suma de dinero** o **capital**, prestado a un **tanto por ciento** dado y durante un **tiempo determinado**; También, puede decirse, que es la compensación que recibe el capital por su uso o por su cesión a otra persona. Se representa por $\boldsymbol{i}$ (interés).

Tenga presente que: Al calcular **el interés**, que tanto **la tasa de interés** como **el tiempo**, deben quedar reducidos a **la misma base**, es decir, si la tasa está dada mensualmente y el tiempo en años se deben convertir los años a meses o viceversa, para resolver problemas sin ningún contratiempo o dificultad que conlleven al error.

Recuerde que: Una **operación financiera** se maneja bajo el concepto de **interés simple,** cuando los intereses liquidados **no se suman** periódicamente al **capital,** es decir los intereses no devengan intereses.

Recuerde que: Un Diagrama Económico consiste en la **representación gráfica** del problema financiero, que nos permite visualizarlo y hacer una definición y un análisis correcto de **las condiciones** para **transferir** o **manejar** el dinero.

Recuerde que: Un **diagrama económico** consta de los siguientes elementos:

- **Líneas de tiempo:** es una línea horizontal donde se representan todos los periodos en los cuales se ha dividido el tiempo para efectos de la tasa de interés.
- **Flujo de Caja:** se representa con unas flechas hacia arriba y otras hacia abajo (ingresos-egresos).
- Tasa de Interés.

2.6 TEMA 2 INTERÉS COMPUESTO

INTERÉS COMPUESTO

Es el que produce **un capital que cambia al final de cada período**, debido a que **los intereses se adicionan al capital**, para formar **un nuevo capital**; es decir:

SE CALCULA EL INTERÉS SOBRE EL MONTO ANTERIOR, PARA FORMAR UN NUEVO MONTO.

En general se dice que el **interés compuesto** (**llamado interés sobre intereses**), es aquel que **al final del período capitaliza los intereses causados** en **el período anterior**, es decir, el **capital vario al final de cada período,** porque **los intereses obtenidos** se **le adicionan al capital**, obteniendo así <u>**un nuevo capital**</u> y sobre este se calculan **los próximos intereses**.

Se supone, entonces, que **los intereses se capitalizan**, es decir **se reinvierten automáticamente.**

Nota 1: **Capitalización:** Es un proceso en el cual los intereses que se causan en un período se suman al capital anterior.

Nota 2: **Período de Capitalización:** Período pactado para convertir el interés en capital.

También se puede decir, que **el interés es compuesto**, cuando:

- **Los intereses** que **produce el capital** se **suman a éste**, al **final de cada período** de **tiempo**,
- Formando de este modo un **nuevo capital**.
- Es decir, **los intereses** producen **nuevos intereses**.

Ejemplo: Sea un capital de **$1.000** al **20% anual** compuesto.

Al finalizar el primer año sus intereses serán **$200** los cuales se reinvierten, por lo tanto:

- Al comienzo del **segundo año**, el capital será de **$1.200** y los intereses de este año serán de **$240**, que
- Al capitalizarlos formarán un capital de **$ 1.440** para el tercer año, y
- Así sucesivamente, año tras año, el **capital aumentará** los **intereses** y éstos **aumentarán el capital**.

• CÁLCULO DE LA ECUACIÓN GENERAL PARA CALCULAR EL INTERÉS COMPUESTO

Conviene, ahora, llegar a una **fórmula general** para obtener **el monto** de un capital de $, $\boldsymbol{V_p(Valor\ presente)}$, a una tasa $\boldsymbol{i}$ por período al término de $\boldsymbol{n}$ **períodos** y en **forma compuesta**.

Para ello, se elabora una tabla en **forma numérica**, luego en **forma algebraica** y al final en **forma gráfica**, teniendo en cuenta que **el capital de cada período** es **el monto del anterior**

a. En forma numérica:

PERÍODO (Año)	CAPITAL INICIAL	INTERÉS	CAPITAL FINAL
1	1.000	200	1.200
2	1.200	240	1.440
3	1.440	288	1.728
4	1.728	345.60	2.073,60

La tabla anterior muestra los valores acumulados al final de cada año, cuando se invierte la suma de **$1.000** a una tasa de **20%** anual durante **4 años**.

b. En forma Algebraica:

PERÍODO	CAPITAL INICIAL	INTERÉS	CAPITAL FINAL
1	P	$P * i$	$\boldsymbol{V_{f1} = V_p + V_p(i = V_p((1 + i)}$
2	$\boldsymbol{V_p} * (1 + i)$	$\boldsymbol{V_p}(* (1 + i) * i$	$\boldsymbol{V_{f2}=V_p(*(1+i)+ V_p(*(1+i)*i=}$

			$V_p(*(1+i)^2$
3	$V_p*(1+i)^2$	$V_p((1+i)^2*i$	$V_{f3}=V_p(*(1+i)^2+V_p(*(1+i)^2*i=$ $P*(1+i)^3$
n	$V_p(1+i)^{n-1}$	$V_p(1+i)^{n-1}$	$V_{fn}=V_p((1+i)^{n-1}+V_p((1+i)^{n-1}*i=$ $V_p(*(1+i)^n$

Se concluye entonces que la ecuación para calcular el **Interés** está dada por:

$$V_{fn}=V_p*(1+i)^n$$

$V_f = Capital\ final\ (monto), Valor\ futuro.$

$V_p = Valor\ Presente, Capital\ Inicial.$

$i = Tasa\ de\ interés\ para\ el\ período.$

$n = Número\ de\ períodos.$

c. En forma de diagrama de línea de tiempo

0 ___________ 1 ___________ 2 ____________ 3 _____________________SS

	$V_{f2}=V_{f1}+V_{f1}*i*n$	$V_{f3}=V_{f2}+V_{f2}*i*n$
$V_{f1}=V_p+I$	$V_{f2}=V_{f1}(1+i)$	$V_{f3}=V_{f2}*(1+i)$

$V_{f1} = V_p + V_p * i * n$	$V_{f2} = V_p * (1+i) * (1+i)$	$V_{f3} = V_p * (1+i)^2 * (1+i)$
$V_{f1} = V_p * (1+i)$	$V_{f2} = V_p * (1+i)^2$	$V_{f3} = V_p * (1+i)^3$

Así se puede continuar, por ejemplo, para el período diez se tiene que:

$$V_{f10} = V_p * (1+i)^{10}$$

En general, para el último período **(n)** o **n-ésimo**, se tiene que:

$$V_{fn} = V_p * (1+i)^n$$

Nota: El problema se reduce ahora a darle solución al factor:

$$V_f = V_p * (1+i)^n (A)\ ver *$$

De la expresión anterior se pude conocer cada una de las variables que lo componen esto es:

- $V_p = \frac{V_f}{(1+i)^n}$ (Valor Presente)
- $i = \sqrt[n]{\frac{V_f}{V_p}} - 1$ (Interés)
- $n = \frac{\ln(\frac{V_f}{V_p})}{\ln(1+i)}$ (Periodos)

2.6.1 EJERCICIOS DE APRENDIZAJE

1. ¿Cuántos meses deberá dejarse una póliza de acumulación de $2.000.000 que paga el 3% anual, para que se convierta en 7.500.000?

Procedimiento

a. Tabla de datos

$\boldsymbol{n} =¿?$ (Periodo)

$\boldsymbol{V_p} = \$\ \mathbf{2.000.000}$ (Valor Presente – Capital)

$\boldsymbol{i} = \mathbf{3\%} = \mathbf{0,03}$ (Interés)

$\boldsymbol{V_f} = \$\ \mathbf{7.500.000}$ (Valor Futuro – Monto)

b. Utilizando la expresión $\boldsymbol{n} = \frac{\ln(\frac{V_f}{V_p})}{\ln(1+i)}$ y reemplazando los valores correspondientes, se tiene:

$$\boldsymbol{n} = \frac{\ln(\frac{V_f}{V_p})}{\ln(1+i)} \rightarrow \boldsymbol{n} = \frac{\ln(\frac{7.500.000}{2.000.000})}{\ln(1+0,03)} \rightarrow \boldsymbol{n = 44,72\ años}$$

La respuesta en meses sería:

$$\boldsymbol{n} = \mathbf{44,72}\ \boldsymbol{años} \times \frac{\mathbf{12}\ \boldsymbol{meses}}{\mathbf{1}\ \boldsymbol{año}} \rightarrow \boldsymbol{n = 536,64\ meses}$$

2. ¿Cuánto es necesario invertir ahora para tener \$ 10.000.000 en 10 años a una tasa de interés del 8%?

Procedimiento

a. Tabla de datos

$\boldsymbol{n} = \mathbf{10}\ \boldsymbol{años}$ (Periodo)

$\boldsymbol{V_p} =¿?$(Valor Presente – Capital)

$\boldsymbol{i} = \mathbf{8\%} = \mathbf{0,08}$ (Interés)

$\boldsymbol{V_f} = \$\ \mathbf{10.000.000}$ (Valor Futuro – Monto)

b. Utilizando la expresión $\boldsymbol{V_p} = \frac{V_f}{(1+i)^n}$ (Valor Presente) y reemplazando los valores correspondientes, se tiene:

$$V_p = \frac{V_f}{(1+i)^n} \rightarrow V_p = \frac{10.000.000}{(1+0,08)^{10}} \rightarrow V_p = 4.631.935$$

c. **Solución**: se debe invertir un capital de $\$ \mathbf{4.631.935}$

3. Si se toma un préstamo de \$ 1.000.000 durante 12 meses a una tasa de "1% por mes", ¿cuánto debe pagar?

Procedimiento

a. Tabla de datos

$n = 12\ meses$ (Periodo)

$V_p = 1.000.000$(Valor Presente – Capital)

$i = 1\% = 0,01$ **(Interés)**

$V_f =¿?$**(Valor Futuro – Monto)**

b. Utilizando la expresión:
$V_{fn} = V_p * (1+i)^n$ **(Valor Futuro)** y reemplazando los valores correspondientes, se tiene:

$V_{fn} = V_p * (1+i)^n \rightarrow V_{fn} = 1.000.000 * (1+0,01)^{12} \rightarrow$

$V_{fn} = 1.126.825$

c. **Solución**: se deben pagar al cabo de 12 meses la suma de

$\$ \mathbf{1.126.825}$

4. Una cantidad de \$ 1,500.000 se deposita en un banco el pago de una tasa de interés anual del 4,3%, **compuesto trimestralmente**. ¿Cuál es el saldo después de 6 años?

Procedimiento

a. Tabla de datos

$\boldsymbol{n = 6\ años}$ (Con periodos **trimestrales**, esto es **4 periodos por año**)

$\boldsymbol{V_p = 1.500.000}$(Valor Presente – Capital)

$\boldsymbol{i = 4,3\ \% = 0,043}$ (Interés)

$\boldsymbol{V_f =¿?}$(Valor Futuro – Monto)

b. Utilizando la expresión:
$\boldsymbol{V_{fn} = V_p * (1 + i)^n}$ (**Valor Futuro)** y reemplazando los valores correspondientes, se tiene:

$$\boldsymbol{V_{fn} = V_p * (1 + i)^n \rightarrow V_{fn} = 1.500.000 * \left(1 + \frac{0,043}{4\ *}\right)^{4(6)} \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{V_{fn} = 1.938.837}$$

* El interés anual se divide por 4 porque es trimestral, por lo tanto tiene 4 periodos de capitalización cada año, con el exponente se debe multiplicar por 4 por la misma razón.

C. Solución: El saldo (Valor Futuro) al cabo de 6 años es de:

$$\boldsymbol{\$1.938.837}$$

2.6.2 EJERCICIOS DE ENTRENAMIENTO

Nota: Algunos de los problemas tienen la respuesta, esta te ayudará en el desarrollo del problema, pero lo interesante es el análisis que realices de cada uno de ellos, recuerda que en la presentación del tema tienes algunos modelos resueltos.

1. Determine el monto acumulado de $50.000.000 que se depositan en una cuenta de valores que paga 9% anual convertible mensualmente:

a) Al cabo de un año

b) Al cabo de 3 años

2. Cuánto dinero debe pagarse a un banco que hizo un préstamo de $300.000.000 si se reembolsa al año capital e interés y la tasa aplicada es de 14 % anual convertible trimestralmente.

3. ¿Cuánto dinero debe depositarse en el banco si se desea acumular un monto de $ 450.000 en un plazo de 4 años, y la tasa de interés es de 7% convertible mensualmente?

4. ¿Qué cantidad de dinero recibe una empresa en calidad de préstamo si ha firmado un documento por $650.000.000 que incluye capital e intereses a 14% convertible trimestralmente, y tiene vencimiento en 36 meses?

5. Una deuda de $50.000.000 se documenta mediante un pagaré que incluye intereses a razón de 2% trimestral, y que será pagadero al cabo de un año. ¿Qué cantidad puede obtenerse por él si se descuenta al cabo de 4 meses a una tasa de interés de 10% convertible mensualmente?

6. Hoy se invierten $1'000.000.000 en un certificado de depósito a término (CDT) a una tasa de interés del 3% mensual durante 6 meses, se quiere saber ¿Cuánto se recibe al cabo de los 6 meses? Elabore el diagrama económico.

7. ¿Qué interés producen $50.000 en 12 meses al 2?35% mensual?

8. ¿Durante cuánto tiempo estuvo invertido un capital de $100.000 para que al 3% produjera $87.000 de intereses?

9. Se tienen 3 documentos para cobrar así:

$500.000 para el primero de mayo de 2.015

$1'050.000 para el primero de Julio de 2.015

$350.000 para el primero de agosto de 2.015

Dadas necesidades de efectivo, no vemos en la obligación de entregarlos a un intermedio financiero que como producto de sus actividades obtiene rendimientos del 3.5% mensual.

La pregunta es: ¿Cuánto dinero esperamos recibir si la negociación la realizamos el primero de enero de 2.015?

10. ¿Cuál es el monto de $120.000 invertidos al 30% anual durante tres años y dos meses? (R/ $234.000)

11. ¿Cuánto se necesita depositar hoy en una corporación que reconoce el 3% mensual, para disponer de 5'000.000 al cabo de un año? (R/ $ 3'676.470)

12. Una persona hipoteca su propiedad y mensualmente paga $450.000 de interés, si la tasa de interés es el 3% mensual, ¿En cuánto la hipotecó?

(R/ $15'000.000)

13. En un préstamo de $5'000.000 a cuatro años se pacta un interés del 15% semestral los dos primeros años y el 16,5% semestral los dos últimos años. ¿Cuánto espera de interés en los 4 años? (R/ $6'300.000)

PISTAS DE APRENDIZAJE

Recuerde que;

INTERÉS COMPUESTO: Es el que produce **un capital que cambia al final de cada período**, debido a que **los intereses se adicionan al capital**, para formar **un nuevo capital**; es decir:

SE CALCULA EL INTERÉS SOBRE EL MONTO ANTERIOR, PARA FORMAR UN NUEVO MONTO.

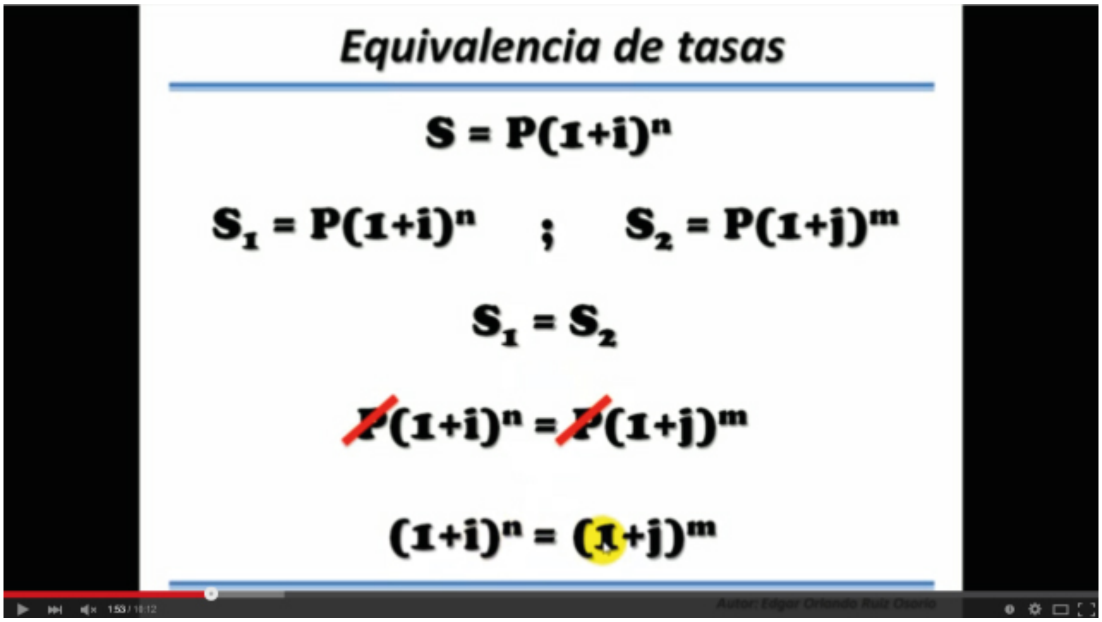
Recuerde que:

- La **Capitalización** es un proceso en el cual los intereses que se causan en un período se suman al capital anterior.
- **Período de Capitalización:** Período pactado para convertir el interés en capital.

Traiga a la memoria que: También se puede decir, que **el interés es compuesto**, cuando:

- Los intereses que produce el capital se suman a éste, al final de cada período de tiempo,
- Formando de este modo un nuevo capital.
- Es decir, los intereses producen nuevos intereses.

3 UNIDAD 2 TASAS DE INTERÉS Y EQUIVALENCIAS

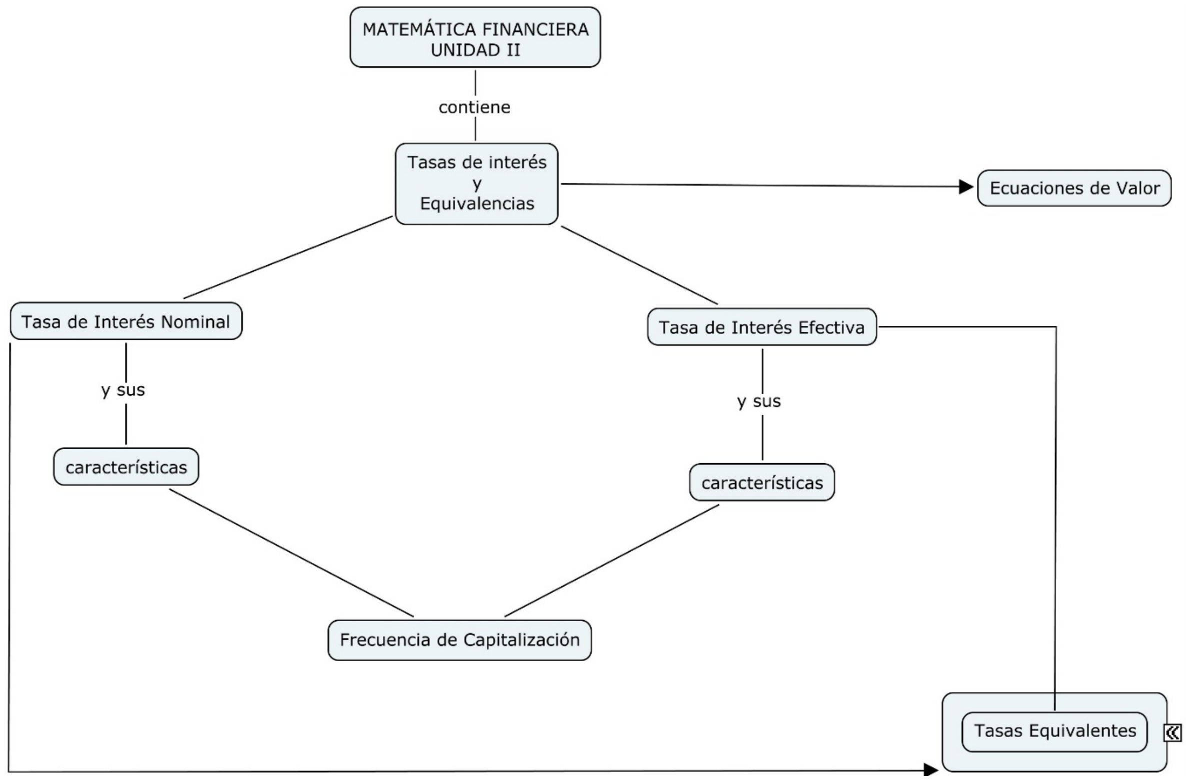


Equivalencia de Tasas: [Enlace]

Enlace: [Tasas equivalentes - SlideShare]

*es.slideshare.net/angelambrosio1/**tasas-equivalentes**-18253991*

3.1 RELACIÓN DE CONCEPTOS



Definición de conceptos

Tasa de interés: La tasa de interés (o tipo de interés) es el precio del dinero o pago estipulado, por encima del valor depositado, que un inversionista debe recibir, por unidad de tiempo determinado, del deudor, a raíz de haber usado su dinero durante ese tiempo.

Tasa Interés Nominal: las tasas anuales, con las cuales se indica cómo y cuándo se liquida el interés, pero no corresponde a una tasa real.

Tasa de Interés Efectiva: es la tasa que efectivamente se está pagando (Ahorros) o que efectivamente se está cobrando (Créditos).

Capitalización: La capitalización simple es un tipo de capitalización de recursos financieros que se caracteriza porque la variación que sufre el capital no es acumulativa. Los intereses que se generan en cada periodo no se agregan al capital para el cálculo de los nuevos intereses del siguiente periodo, aspecto que la diferencia de la capitalización compuesta. De esta manera los intereses generados en cada uno de los periodos serán iguales.

Frecuencia de Capitalización: Es el número de veces (períodos) que en un año se me liquidan los intereses para sumarlos al capital (reinvertirlos).

Tasas Equivalentes: Son aquellas que teniendo diferente convertibilidad producen el mismo monto al final de un año.

Ecuaciones de Valor: Aplicación en una fecha dada, de las equivalencias de un conjunto de valores que se van a reemplazar, haciéndolo tanto a interés simple como a interés compuesto.

3.2 OBJETIVO GENERAL

Evaluar en forma correcta las diferentes tasas de interés y equivalencias tratadas en las actividades financieras.

3.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Definir Tasa Interés nominal y sus características.
- Definir Tasa Interés Efectiva y sus características.
- Definir Tasas de Interés Equivalentes y su aplicabilidad en el campo financiero.
- Determinar las Ecuaciones de Valor y su aplicabilidad en las finanzas.

3.4 TEMA 1 TASA DE INTERÉS NOMINAL Y TASA DE INTERÉS EFECTIVA

¿QUÉ ES TASA DE INTERÉS NOMINAL?

Las instituciones financieras con **fines prácticos**, expresan el **costo** o **rendimiento** con **tasas anuales**, entonces las **tasas nominales** se definen como las **tasas anuales**, con las cuales se indica **cómo** y **cuándo** se **liquida el interés**, pero **no corresponde a una tasa real**.

La tasa nominal se acompaña de **dos apelativos** que identifican **la frecuencia de capitalización** en **un año** y como se liquida el interés.

Se distingue con la siguiente nomenclatura:

PERIODO	VENCIDO	LECTURA	ANTICIPADO	LECTURA
MES	**MV**	**Mes Vencido**	**MA**	**Mes Anticipado**
BIMESTRE	**BV**	**Bimestre Vencido**	**BA**	**Bimestre Anticipado**
TRIMESTRE	**TV**	**Trimestre Vencido**	**TA**	**Trimestre Anticipado**
SEMESTRE	**SV**	**Semestre Vencido**	**SA**	**Semestre Anticipado**
AÑO	**AV**	**Año Vencido**	**AA**	**Año Anticipado**

Nota 1: Si se pacta pagar el interés al **culminar el mes**, se denominará **vencido**.

Por lo tanto la tasa que nos ocupa se presentará con la letra i_n, así:

$$i_n = 24\%\ MV$$

Se lee: **"Veinticuatro por ciento, mes vencido"**

Otra forma de expresarla: **24% nominal con capitalización mensual vencido.**

Nota 2: Si se pacta pagar el interés al **inicio del mes**, es decir al momento de entregar la suma prestada, se denominará **anticipado**.

Si la tasa se conviene **anticipada,** se escribirá así:

$$i_n = 24\%\ MA$$

Se lee: **"Veinticuatro por ciento, mes anticipado"**

Otra forma de expresarla: **24% nominal con capitalización mensual anticipada**.

CARACTERÍSTICAS DE LA TASA NOMINAL

- Siempre será una tasa de interés anual,
- Se puede dividir por la frecuencia de capitalización para obtener la tasa periódica, o sea la que se liquida en cada período del año.
- Sólo sirve para saber que tasa de interés periódico se va a liquidar**.**

TASA NOMINAL:

Es la tasa que se da **normalmente para un año**. La representaremos por $\boldsymbol{i}$ o $\boldsymbol{i_n}$ (**tasa nominal**) pero **no es aplicable directamente en la ecuación.**

Nota: A la tasa nominal, siempre se le adicionan dos palabras que indican él **número de liquidaciones de interés** (**Número de veces que los intereses se capitalizan en un año:** $\boldsymbol{m}$).

3.4.1 EJERCICIO DE APRENDIZAJE

Decir **24% C T** (Capitalizable o convertible trimestralmente).

Significa que la **tasa para todo el año** es el **24% nominal**, pero **cada 3 meses se liquidan los intereses** por año. Naturalmente, de lo expuesto anteriormente, se deduce que **la tasa del período** (**un trimestre en este caso**) es iguala tasa del año **(nominal) dividida por el número de períodos** que hay en **un año**, esto es:

$$\boldsymbol{i_e = Interés\ efectivo},\ \boldsymbol{i_p = Interés\ período},$$

$$\boldsymbol{i_n = Interés\ nominal},\ \boldsymbol{m = Número\ de\ períodos}$$

$$i_e = i_p = \frac{i_n}{m} \quad (2)$$

$$i_e = i_p = \frac{i_n}{m} = \frac{24\%}{4} = 6\%\ Efectivo\ Trimestral$$

La tasa que se cobra **cada 3 meses** es del **6%** y esta última recibe el nombre de <u>tasa efectiva para el trimestre</u>.

$n = 1$: (Número total de períodos a que fue invertido el capital).

$m = 4$: (Las veces que los intereses se suman al capital siendo n = 1 año), ya que **el año tiene 4 trimestres**.

Como la tasa efectiva del **período es trimestral**, **n (tiempo) = 1** año se reduce a trimestres. (**1 año = 4 trimestres**), ya que, para la solución de los problemas a interés compuesto, tanto la **tasa del interés** como **el tiempo** deben estar reducidos a **la misma base**, entraremos a definir lo que es una **tasa efectiva**, de la siguiente manera:

TASA DE INTERÉS EFECTIVA:

Es la tasa para **un período**. La representaremos por i o i_p (es la que se utiliza en la fórmula anterior).

*(A): $V_f = V_p * (1 + i)^n$

Además, como su nombre lo dice es **la tasa** que **efectivamente** se está **pagando** (<u>Ahorros</u>) o que **efectivamente** se está **cobrando** (<u>Créditos</u>). Esto si suponemos que al final de cada período del pago de intereses, se reinvierte o se presta el **mismo capital**, **más los intereses** que este generó.

CARACTERÍSTICAS DE LA TASA DE INTERÉS EFECTIVA

- Toda tasa de interés periódica es efectiva.
- No se puede dividir.
- Se mide dentro de un periodo de un año.
- Puede ser periódica o tasa de interés efectiva anual.
- Si no se especifica que la tasa de interés es efectiva, se debe suponer que es una tasa de interés nominal y que partiendo de ésta se llegará a una efectiva.

Nota 1: Si la tasa es capitalizable, necesariamente se trata de una tasa nominal, ya que las efectivas no se capitalizan, sino que son las que resultan al capitalizar las nominales.

Nota 2: El término capitalizable tiene que ver con los intereses causados por período que se le agregan al capital. El periodo puede ser (diario-mensual-trimestral, semestral, anual).

3.4.2 EJERCICIOS DE APRENDIZAJE:

1. Hallar el Monto o valor futuro de una inversión de $25.000 al 30% (Capitalizable o convertible **semestralmente**) durante 3 años.

Procedimiento

a. Se halla la <u>tasa efectiva</u> que se usa en la fórmula.

Donde $\boldsymbol{i_n = Interés\ nominal}$. $\boldsymbol{m = Número\ de\ períodos}$: Número de veces que los intereses se suman al capital en un año:

Aplicando la ecuación $\boldsymbol{i_e = i_p = \frac{i_n}{m}}$ y hallando el número total de períodos, se tiene que:

Como en un año hay 2 períodos, en 3 años habrá 6 períodos (n = 6).

Reemplazando en la fórmula se tiene:

$$\boldsymbol{i_e = i_p = \frac{i_n}{m} = \frac{30\%}{2} = 15\%\ Efectivo\ Semestral}$$

El valor futuro es, por lo tanto:

$$\boldsymbol{V_{fn} = V_p * (1+i)^n \rightarrow V_{f6} = 25.000 * (1+0.15)^6 \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{V_{f6} = \$\,57.826,52}$$

2. Hallar la tasa nominal capitalizada mensualmente, si hoy se invierte un capital de $30.000 y al cabo de 2 años y 6 meses se triplicó.

Procedimiento

a. Recuerde que:

$$V_f = V_p * (1 + i)^n$$

$$(A) V_f = \$\ 90.000$$

$$V_p = \$\ 30.000$$

$$i_e = ¿?$$

$$i_n = ¿?$$

$$n = 2\ años\ y\ 6\ meses = 30\ meses$$

b. Reemplazando los valores conocidos en (A), se tiene que:

$$V_f = V_p * (1 + i)^n \rightarrow\ 90.000 = 30.000 * (1 + i)^{30} =$$

$$(1 + i)^{30} = \frac{90.000}{30.000} \rightarrow (1 + i)^{30} = 3 \rightarrow$$

Sacando **raíz 30** a ambos lados de la igualdad:

$$\sqrt[30]{(1 + i)^{30}} = \sqrt[30]{3} \rightarrow\ 1 + i = 1.0377299 \rightarrow i = 1.0377299 - 1 \rightarrow$$

$$i = 0.0377299$$

(Su tasa con **período mensual**, por cuanto el tiempo está dado en **meses**).

Por lo tanto: $i_e = 3.7299\ efectivo\ anual.$

La **tasa nominal** está dada por:

$$i_e = \frac{i_n}{m} \rightarrow 3.7299 = \frac{i_n}{12} \rightarrow i_n = 12 \times 3.7299$$

$$i_n = 44.76\%\ anual, capitalizable\ mensualmente$$

Nota: La fórmula del interés compuesto implica una **tasa ordinaria**, es decir, que **el pago**

de intereses se hace **al final del período**.

- **Frecuencia de Capitalización** ($\boldsymbol{K}$)

Es el número de veces (períodos) que en un año se me liquidan los intereses para sumarlos al capital (reinvertirlos).

3.4.3 EJERCICIOS DE APRENDIZAJE

1. **24% nominal anual**, liquidado anualmente:

- Ahora hallemos el **valor futuro** de $1.000.000 en **un año:**

$$\boldsymbol{V_f = V_p\ (1+i)^n \rightarrow V_f = 1.000.000\ (1+0,24)^1 \rightarrow V_f = 1.240.000}$$

$$V_f = \$\ 1.240.000$$

2. 24% nominal SV (semestre Vencido)

Se halla el valor futuro de $1.000.000 en un año:

$$\boldsymbol{V_f = V_p\ (1+i)^n \rightarrow V_f = 1.000.000\ (1+\frac{0,24}{2})^2 \rightarrow V_f = 1.000.000\ (1+0,12)^2}$$

$$\boldsymbol{V_f = 1.000.000\ (1,12)^2 \rightarrow V_f = 1.254.400 \rightarrow V_f = \$1.254.400}$$

$$\boldsymbol{i_n = \frac{254.400}{1.000.000} \rightarrow i_n = 0,254 \rightarrow i_n = 25,4\%}$$

3. 24% TV (Trimestre Vencido)

Se halla el valor futuro de $1.000.000 en un año:

$$\boldsymbol{V_f = V_p\ (1+i)^n \rightarrow V_f = 1.000.000\ (1+\frac{0,24}{4})^4 \rightarrow V_f = 1.000.000\ (1+0,06)^4}$$

$$\boldsymbol{V_f = 1.000.000\ (1,06)^4 \rightarrow V_f = 1.276.475 \rightarrow V_f = \$1.276.475}$$

$$\boldsymbol{i_n = \frac{276.475}{1.000.000} \rightarrow i_n = 0,276 \rightarrow i_n = 27,6\%}$$

4. 24% nominal liquidado mes vencido (MV)

Se halla el valor futuro de $1.000.000 en un año

$$\boldsymbol{V_f = V_p\,(1+i)^n \rightarrow V_f = 1.000.000\,(1+\frac{0,24}{12})^{12} \rightarrow V_f = 1.000.000\,(1+0,02)^{12}}$$

$$\boldsymbol{V_f = 1.000.000\,(1,02)^{12} \rightarrow V_f = 1.268.242 \rightarrow V_f = \$1.268.242}$$

$$\boldsymbol{i_n = \frac{268.242}{1.000.000} \rightarrow i_n = 0,268 \rightarrow i_n = 26,8\%}$$

De las actividades anteriores se observa que:

1. Se tomó la tasa de **interés nominal** como **frecuencia** de que se liquidaría una **tasa interés del 24%,** pero ésta sólo sirvió para saber **qué interés periódico** se liquidaría en **cada periodo**, dependiendo de **la frecuencia de capitalización**.
2. A **mayor frecuencia** de **capitalización mayor** van a ser **los intereses**, o sea **mayor** va a ser **la tasa de interés efectiva**.
3. Partiendo de **la tasa** de **interés nominal**, se halla la **efectiva periódica** y **la efectiva anual**.
4. Para medir **la rentabilidad** de **una inversión** o el **costo de un crédito**, se toma como **referencia** la **tasa de interés efectiva**.
5. Cuando **la frecuencia de capitalización** es **anual**, la **tasa de interés nominal**, **periódica** y **efectiva** es igual en éste caso **al 24%.**

Nota: Ahora para no tener que hallar primero **el valor futuro** de un capital, **despejar los intereses** y **dividirlo por el valor presente** y saber que **tasa de interés efectiva** se liquida, se utilizará la siguiente Expresión:

$$\%\,IE = [1 + IP)^n - 1] * 100$$

3.4.4 EJERCICIOS DE ENTRENAMIENTO

1. Calcular el valor futuro de una inversión por $100.000.000 que se capitaliza instantáneamente a una tasa del 15% anual durante 4 años.

2. Un pagaré de $ 15.000.00 se vence dentro de un mes. Calcule el valor presente al 9% compuesto continuamente.

3. ¿A cuánto ascenderá un préstamo de 2.000.000 al cabo de un año si el interés del 26% capitaliza mensualmente? ¿Cuál es la Tasa Efectiva Anual?

4. Determinar la tasa efectiva semestral, si se realiza una inversión de $ 20.000.000 durante 2 años:
   - Si la tasa de interés es de 7% por trimestre,
   - Calcular las tasas efectivas semestrales y anuales.
   - Determinar las tasas nominales.

5. Una institución financiera publicita que su tasa de interés sobre préstamos que otorga es 1.86% mensual. Determinar la tasa efectiva anual y el factor simple de capitalización para 12 años.

PISTAS DE APRENDIZAJE

Recuerde que:

a. Las Características de la **Tasa Nominal** son:

- Siempre será una tasa de **interés anual**,
- Se puede **dividir** por **la frecuencia de capitalización** para obtener **la tasa periódica**, o sea la que se liquida en **cada período** del año.
- Sólo sirve para saber que **tasa de interés periódico** se va **a liquidar**.

b. Las Características de la **Tasa de Interés Efectiva** son:

- Toda tasa de **interés periódica** es **efectiva**.
- **No** se **puede dividir**.
- Se mide dentro de **un periodo de un año**.
- Puede ser **periódica** o tasa de interés **efectiva anual**.
- Si **no se especifica** que la tasa de interés **es efectiva**, se debe suponer que es una tasa de **interés nominal** y que partiendo de ésta se llegará a una **efectiva**.

3.5 TEMA 2 TASAS DE INTERÉS EQUIVALENTES

TASAS DE INTERÉS EQUIVALENTES

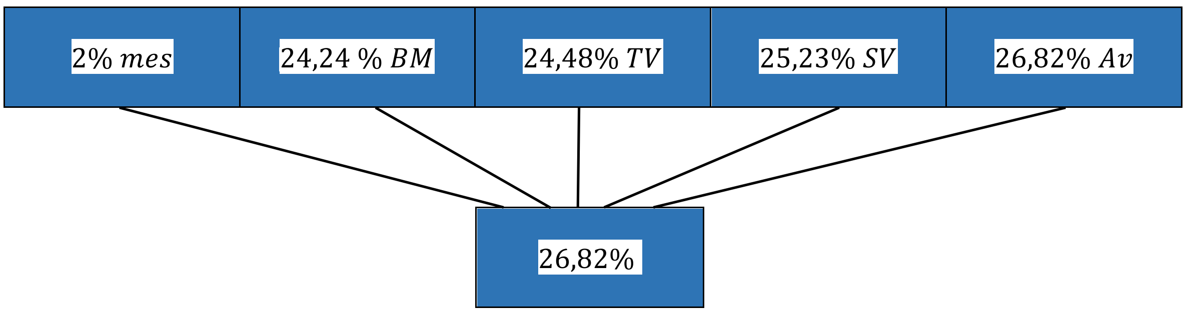
Son aquellas que teniendo diferente convertibilidad producen el mismo monto al final de un año.

Lo anterior se comprueba partiendo del hecho, de que las dos tasas de interés son equivalentes, cuando **un mismo capital invertido** con cada una de ellas, produce el **mismo monto en igual tiempo.**

En otras palabras, se puede decir que **dos o más tasas son equivalentes** cuando **un capital invertido o liquidado**, a **cada una de ellas** nos da en **el mismo lapso de tiempo** el **mismo valor futuro o monto**, de acuerdo a lo visto anteriormente, liquidan el mismo **interés efectivo**.

Nota: **Nominal** y **periódicamente serán diferentes**, pero al final del año será **la misma tasa efectiva**.

Ejemplo: Entonces se podrá decir que una tasa del 2% mensual será equivalente a una tasa del 26.82% efectiva.



Por lo tanto, cualquier **capital invertido** a cada una de éstas tasas de interés da el **mismo monto**, como se dijo anteriormente debe ser **en igual lapso de tiempo**.

Nota: Para hallar una tasa de interés que sea equivalente a otra conocida, basta con **igualar los montos.**

APLICACIONES

Aplicando el principio de **"**Tasas de Interés Equivalente**",** se resuelven casos como los siguientes:

CONOCIDA	HALLAR
a. La **tasa nominal.**	La **tasa nominal equivalente.**
b. La **tasa efectiva anual**.	La **tasa nominal equivalente.**

c. La **tasa efectiva del período** (mensual, trimestral, semestral).	La **tasa efectiva**.
d. La **tasa efectiva del período** (mensual, trimestral).	La **efectiva semestral** y a partir de ésta hallar la **efectiva anual**.

Nota: Es conveniente distinguir los casos anteriores, por lo tanto, a continuación, se realizarán ejercicios de aprendizaje que le permitirán asumir con propiedad tales diferencias.

3.5.1 EJERCICIOS DE APRENDIZAJE

1. Hallar una tasa de interés anual con capitalización semestral, que sea equivalente al, 24% anual, capitalización trimestral.

Procedimiento

Dados:

$V_{f1} = V_{f2},\ con\ n = 1año$, (De acuerdo al principio de **tasas de interés equivalentes**).

Utilizando la ecuación:

$V_f = V_p * (1+i)^n$ se tiene: $V_p * \left(1+\frac{i*1}{2}\right)^2 = V_p * \left(1+\frac{0.24}{4}\right)^4$

Simplificando V_p y sacando la **raíz cuadrada** a ambos términos, queda:

$$1+\frac{i*1}{2} = \left(1+\frac{0.24}{4}\right)^2 \rightarrow 1+\frac{i*1}{2} = (1+0.06)^2 \rightarrow$$

$$1+\frac{i*1}{2} = (1+0.06)^2 \rightarrow 1+\frac{i*1}{2} = (1.06)^2 \rightarrow$$

$$1+\frac{i*1}{2} = 1.1236 \rightarrow i = (1.1236-1)*2 \rightarrow$$

$i = 0.2472 \rightarrow i = 24.72\%$ Anual, capitalización semestral.

A través de los siguientes casos se verificará **la validez** de lo anterior:

Un capital de **\$100.000** y un plazo de **2 años**, hallar el monto en cada una de estas tasas:

a) Para **24.72 % anual** con **capitalización semestral**.

$$\boldsymbol{V_{f1} = 100.000(1+0,1236)^4 \rightarrow V_{f1} = 100.000\ (1,1236)^4 \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{V_{f1} = \ 100.000\ (1,593848075) \rightarrow V_{f1} = \ \$\,159.384,81}$$

b) Para **24% anual** con **capitalización trimestral**.

$$\boldsymbol{V_{f2} = 100.000(1+0,06)^8 \rightarrow V_{f2} = 100.000\ (1,06)^8 \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{V_{f2} = \ 100.000\ (1,593848075) \rightarrow V_{f2} = \ \$\,159.384,81}$$

Conclusión: Quiere decir, que **es indiferente** invertir al **24,72% anual** con **capitalización semestral** o al **24% anual** con **capitalización trimestral**, ya que se obtiene el **mismo resultado** debido al **principio de tasas equivalentes**.

2. Hallar la tasa anual capitalizada mensualmente, que sea equivalente al 24% anual efectivo.

Procedimiento

Dadas las siguientes expresiones e igualándolas, se tiene que:

$$\boldsymbol{V_{f1} = V_{f2} \rightarrow V_p\left(1+\frac{i*1}{12}\right)^{1*12} = V_p\ (1+0.24)^1 \rightarrow V_p\left(1+\frac{i*1}{12}\right)^{12} = V_p(\ 1+0.24)}$$

$$\boldsymbol{V_p\left(1+\frac{i*1}{12}\right)^{12} = V_p(\ 1.24)}$$

Simplificando la $\boldsymbol{V_p}$ y sacando **RAIZ doce** a ambos términos, queda:

$$\boldsymbol{1+\frac{i*1}{12} = (1.24)^{\frac{1}{12}} \rightarrow 1+\frac{i*1}{12} = 1.0180146}$$

Despejando $\boldsymbol{i}$, se tiene:

$$\boldsymbol{i = (1.0180146-1)*12 \rightarrow i = (0.0180146)*12}$$

$\boldsymbol{i = 0.2161752 \rightarrow i = 21.61\%}$ **Anual** capitalizable **mensualmente**

Nota 1: Cálculo de **la tasa efectiva** a partir de **la tasa nominal anticipada**:

$$\boldsymbol{i = \frac{i_a}{1 - i_a}}$$

Dónde: $\boldsymbol{i_a: Tasa\ nominal\ anticipada}$

$\boldsymbol{i = Tasa\ vencida}$

Nota 2: Tenga presente que, si la tasa **de interés anticipada** es **mensual**, al reemplazarla en la anterior expresión, se obtiene **la tasa de interés vencida mensual**.

1. Una corporación cobra una tasa del **28% anual** con capitalización trimestral anticipada, hallar la tasa efectiva anual vencida.

Procedimiento

a. Se halla la tasa de interés **trimestre anticipado**:

$$\boldsymbol{i = \frac{28\%}{4} = 7\%}$$ Trimestre anticipado.

b. Se halla la tasa de interés **trimestre vencido**:

$$\boldsymbol{i = \frac{i_a}{1 - i_a} \rightarrow i = \frac{0.07}{1 - 0.07} \rightarrow i = \frac{0.07}{0.93}}$$

$\boldsymbol{i = 0.075 \rightarrow i = 0.075}$ Trimestre vencido.

c. Se aplica el procedimiento ya conocido para las tasas vencidas:

Se Halla la Tasa Efectiva Anual a partir de la **efectiva trimestral vencida**:

$$V_{f1} = V_{f2}$$

$$(1 + i * 1)^{1*1} = (1 + 0.075)^{4}$$

$$1 + i * 1 = (1.075)^{4} \rightarrow 1 + i * 1 = 1.3354$$

$$i * 1 = 1.3354 - 1 \rightarrow i * 1 = 0.3354$$

$i = 33.54\%$ Efectivo anual.

Nota 2: Existen situaciones en que el interés, se debe reconocer sobre una **unidad monetaria**, cuyo **valor aumenta con el tiempo**, en un porcentaje determinado, por lo tanto, para determinar **el costo real** (**tasa efectiva**) de una determinada situación (**préstamo-financiación**) debe tenerse presente la **tasa con que varía la unidad monetaria** y **la tasa de interés corriente**, cobrada sobre su valor.

Para el caso anterior, se debe tener presente que para compensar **la pérdida del poder del dinero** existe el mecanismo de la corrección monetaria donde $\underline{\boldsymbol{icm}\text{: Índice o tasa de corrección monetaria}}$ y que los pesos de más que tiene que pagar por una misma unidad monetaria, pueden ocasionarse **por la devaluación**. Considere unidades monetarias tales como **el dólar** y la **UPAC** (Unidad de poder adquisitivo constante), la **UVR** (Unidad de Valor Real):

3.5.2 EJERCICIO DE APRENDIZAJE

Hallar la **tasa efectiva anual** a la alternativa de comprar bienes de capital (máquinas industriales) a crédito, por US **50.000 (dólares)** con plazo de un año, si los intereses corrientes son del **20% anual**, sabiendo que el índice de **devaluación del peso** con respecto al dólar se estima en un **31% anual** y en el momento de realizar el negocio un dólar equivale a **$700**.

Procedimiento

1. El valor presente de la obligación en pesos:

$$\mathbf{50.000}\ \boldsymbol{US} \times \frac{\$\ \mathbf{700}}{\boldsymbol{US}} = \$\ \mathbf{35.000.000}$$

2. El valor del dólar dentro de 1 año se calcula con la fórmula de **Interés Compuesto.**

$\boldsymbol{V_f = V_p * (1+i)^n}$

$\boldsymbol{V_p = 700}$

$\boldsymbol{i = ID = \text{Índice de devaluación} = 31\%}$

$\boldsymbol{n = 1\ \text{año}}$

$\boldsymbol{1\ US = 700 * (1+0.31)^1}$

$\boldsymbol{1\ US = 700 * (1.31) = \$\ 917}$ Valor del dólar al finalizar el año.

3. La obligación dentro de 1 año considerando **la devaluación**:

$$50.000\ US \times \frac{\$\ 917}{US} = \$\ \mathbf{45.850.000}$$

4. Valor de los **intereses corrientes** sobre la obligación dentro de 1 año:

$$45.850.000 \times 0.2 = \$\ \mathbf{9.170.000}$$

5. Para cancelar ‘al final del año: **Obligación dentro de 1 año +1os intereses**:

$$\$\ \mathbf{45.850.000} + \$\ \mathbf{9.170.000} = \$\ 55.020.000$$

En resumen, se tiene:

- **Deuda inicial:**

$(\boldsymbol{V_p})$: $35.000.000

- **Deuda final:** $(\boldsymbol{V_f})$:$55.020.000

- $\boldsymbol{i_e}$ = ¿ ?
- $\boldsymbol{n = 1\ año}$

Entonces:

$\boldsymbol{V_f = V_p * (1+i)^1 \rightarrow 55.020.000 = 35.000.000 * (1+i)^1}$ Despejando $\boldsymbol{i}$:

$\boldsymbol{1+i = \frac{55.020.000}{35.000.000} \rightarrow i = 1,572 - 1 \rightarrow i = 0,572 \rightarrow i = 57,2\%}$ Efectivo anual.

Interpretación: El costo real de la financiación para el bien de capital, considerando la devaluación del peso con respecto al dólar y el interés corriente, es del **57.2% efectivo anual**.

- **Actividad:** Realícela y confronte el resultado con sus compañeros de clase y luego con el tutor.

En idéntica forma, a los pasos descritos en el ejemplo anterior, se puede calcular el costo real **efectiva anual)** de un préstamo de **3.000 UPAC**, sabiendo que el **índice de corrección monetaria** es del **20% anual**, los **intereses corrientes** del **15%** anual, considerando al tomar un préstamo que una UPAC = $3.500.

3.6 TEMA 3 ECUACIONES DE VALOR

Este tema es un complemento de los temas anteriores, no se hace repetitivo ya que nos permite ver movimientos financieros prácticos muy interesantes

ECUACIONES DE VALOR

Aplicación en una **fecha dada**, de **las equivalencias** de un **conjunto de valores** que se van a **reemplazar**, haciéndolo tanto a **interés simple** como a **interés compuesto**.

Es muy frecuente encontrar **una** o **varias obligaciones**, que van a ser **canceladas mediante uno** o **varios pagos**; pero debido a que **el poder adquisitivo de dinero cambia con el tiempo**, para la solución de este problema se hacen necesario el uso de las llamadas:

ECUACIONES DE VALOR, que son **igualdades de valores** ubicados en una sola fecha, denominada **fecha focal**.

La fecha focal (representada por $\boldsymbol{ff}$) es la fecha en que se hace la **comparación de Ingresos con Egresos** y se representa por **una línea de trazos**.

El **principio fundamental** de una **ecuación de valor** establece que:

$$\boldsymbol{S\ deudas = S\ pagos\ (\ en\ la\ ff)}$$

$$\boldsymbol{S\ activos = S\ pasivos + Capital\ (\ en\ la\ ff)}$$

NOTAS IMPORTANTES	
NOTA 1	Si el traslado de cualquier valor (**Ingresos-Egresos**) está dado **antes de la fecha focal**, entonces se debe llevar a su **valor futuro**.
NOTA 2	Si el valor está en una **fecha posterior a la focal**, se debe trasladar a ésta por medio del factor del **valor presente**.
NOTA 3	Los principios expuestos anteriormente para las ecuaciones de valor son válidos cuando se plantean en **Interés Simple** y en **Interés Compuesto**; **los cambios** que ocurren son con respecto a **la aplicación de las fórmulas.**

3.6.1 EJERCICIOS DE APRENDIZAJE

1. Analizando algunas cuentas por cobrar y cuentas por pagar, se encuentra lo siguiente:

CUENTAS	VALORES	FECHAS
Cuentas por Cobrar	$ **1.120.000**	Nos la deben cancelar **él l° de octubre.**
	$ **1.000.000**	Para cancelarla **él l° de julio.**
Cuentas por Pagar	$ **800.000**	Para cancelar el **01 agosto.**
	$ **300.000**	Para cancelar el **01 agosto.**

Si se toma como fecha focal él l° de agosto, ¿Cuánto dinero sobra o hace falta en esta fecha, después de cobrar y pagar, si los intereses de negociación son del **3?5% mensual Simple**?

Procedimiento

a. Se representa el ejemplo a través del diagrama de **líneas de tiempo**:

b. El problema pide que se lleven **todos los valores** al **1° de agosto**, allí **la diferencia** entre las **cuentas por cobrar** y las **cuentas por pagar** se pueden efectuar por cuanto se ubican en <u>UN MISMO</u> **punto focal** en el tiempo.

- Se trasladan las cuentas por cobrar al 1^0 **de agosto**:

$$V_f = V_p * (1 + i) \rightarrow V_f = \$1.000.000 * (1 + 0.035) \rightarrow V_f = \$\,1.035.000$$

- La segunda, como está en **fecha posterior (1^0 de octubre)** a la fecha focal, se debe considerar como un **Valor futuro**, luego se calcula **su valor presente:**

$$V_p = \frac{1.120.000}{1 + 2(0,035)} = \frac{1.120.000}{1 + 0,07} = \frac{1.120.000}{1,07} \rightarrow V_p = \$\,1.046.728,90$$

- **La suma de las cuentas por cobrar,** calculadas **el 1º de agosto:**

$$\textit{Suma de cuentas por cobrar} = \$\,1.035.000 + \$1.046.728,90$$

$$\textit{Suma de cuentas por cobrar} = \$\,2.081.728,90$$

- Al estudiar **las cuentas por pagar**, se observa que ya están calculadas en el 1º de agosto, así que no se requiere transformación alguna:

$$\textit{Suma de cuentas por pagar} = \$\,800.000 + \$\,300.000$$

$$\textit{Suma de cuentas por pagar} = \$\,1.100.000$$

$$\textit{Diferencia}: \$\,2.081.728,90 - \$\,1.100.000 = \$\,981.728,90$$

- **Solución:** Si todas las cuentas (**por cobrar y pagar**) se trasladan al **1º de agosto**, se tiene **a** fecha, un **saldo a favor** igual a **$981.728.90**.

2. Una persona debe pagar **$10.000**, con **vencimiento en 3 meses** (sin intereses); **$15.000** en **10 meses** con **interés del 20%** Capitalización Trimestral y **$50.000**, con vencimiento **en 15 meses** e intereses del **30%** Capitalización Semestral (CS). Si van a ser canceladas con un solo pago de $ X, en el **mes 12**, hallar el valor de $ X, suponiendo un rendimiento del **24% CM** (Capitalización Mensual).

Procedimiento

Primero se calculan los **montos**:

a) ¿Cuánto serán **$ 15.000** dentro de **10 meses** con **20% CT**?

La **tasa efectiva trimestral** es del **5%**

En 10 meses:

$$\begin{array}{cc} \textbf{Meses} & \textbf{Trimestres} \\ 12 & 4 \\ 10 & x \end{array} \rightarrow x = \frac{10 * 4}{12} \rightarrow x = \frac{40}{12} \rightarrow x = 3,333 \ trimestres$$

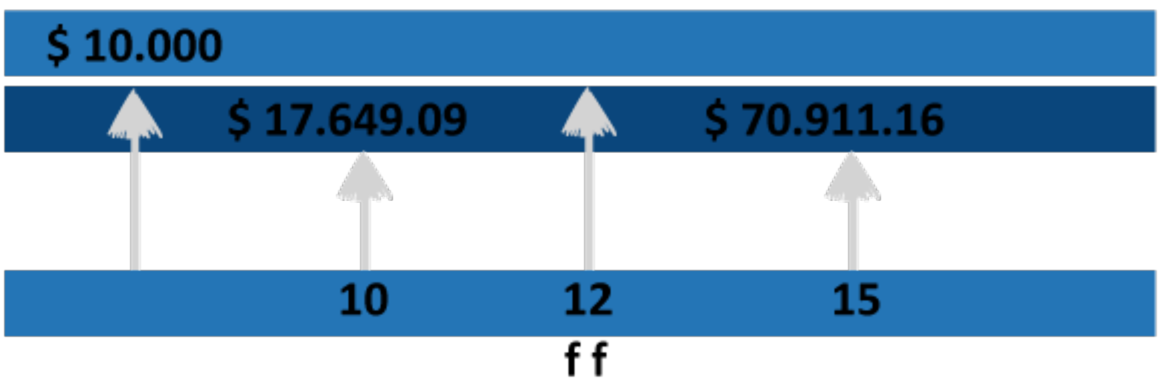
$$V_f = V_p * (1 + i)^n \rightarrow V_f = 15.000 * (1 + 0.05)^{3,333} \rightarrow V_f = \$\ 17.649,09$$

b) ¿Cuánto serán $ 50.000 dentro de 15 meses con 30% CT la tasa efectiva semestral es del 15% y en 15 meses hay 2.5 semestres (¿si en 12 meses hay 2 semestres, en 15 meses cuantos habrá?)

En 15 meses:

$$\begin{array}{cc} \textbf{Meses} & \textbf{Semestres} \\ 12 & 2 \\ 15 & x \end{array} \rightarrow x = \frac{2 * 15}{12} \rightarrow x = \frac{30}{12} \rightarrow x = 2,5 \ semestres$$

$$V_f = V_p * (1 + i)^n \rightarrow V_f = 50.000 * (1 + 0.15)^{2,5} \rightarrow V_f = \$\ 70.911,16$$



Al escoger los **12 meses** como fecha focal (ff) y una **tasa de interés del 24% CM**; se tiene:

$$X = 10.000 * (1 + 0.02)^9 + 17.649,09 * (1 + 0.02)^2 + 70.911,16(1 + 0.02)^{-3}$$

$$X = \$\ 11.950,93 + \$\ 18.362.11 + \$\ 66.821,17 \rightarrow X = \$\ 97.134,21$$

Nota 1: Es frecuente en operaciones comerciales exigirle un **documento negociable** a quien se endeuda.

De tal forma que el valor que se encuentra escrito en el documento y que solo es exigible al vencimiento se denomina Valor Nominal. Si el documento genera intereses, su **Valor Nominal** será **el Monto**.

La operación de rendimiento es conocido por el negociante (entre las partes).

Nota 2: El anterior ejemplo requiere para su comprensi6n los conceptos de:

- Interés Compuesto
- Tasas Nominales (la anual), y
- La Tasa Efectiva (la del período).

3.6.2 EJERCICIOS DE ENTRENAMIENTO

a. Defina cada uno de los siguientes conceptos, s de acuerdo a lo trabajado en el desarrollo del tema, si tiene alguna dudad al responder, vuelva al tema y repáselo nuevamente, es muy importante que maneje correctamente la conceptualización.

1. ¿Qué es una tasa de interés nominal? Dé un ejemplo
2. ¿Qué es una tasa de interés efectiva? Dé un ejemplo
3. ¿Qué diferencia existe entre una tasa de interés nominal y una tasa de interés efectiva?
4. ¿Qué entiende usted por periodo de capitalización de intereses?
5. ¿Qué diferencia existe entre capitalización vencida y anticipada?
6. ¿Qué es inflación?
7. ¿Qué es devaluación?
8. ¿Cómo influye la inflación y la devaluación en la rentabilidad?
9. Cite algunas causas de la inflación.

b. Resuelva los siguientes problemas de aplicación sobre los temas desarrollados en la unidad, tenga presente la teoría desarrollada en el tema y los ejercicios de aprendizaje presentados a lo largo del desarrollo de los temas de la unidad.

1. Un capital de P se invirtió al 6% semestral compuesto. Al cabo de 5 años, se convirtió en $176.048.76. Se desea saber ¿Cuáles son sus intereses, qué tasa de interés nominal, periódica y efectiva me liquidaron? (R/ $79.084.76)

2. ¿Qué será mejor invertir para éstos momentos?

Una cuenta de ahorros que me paga el 24% capitalizable MV

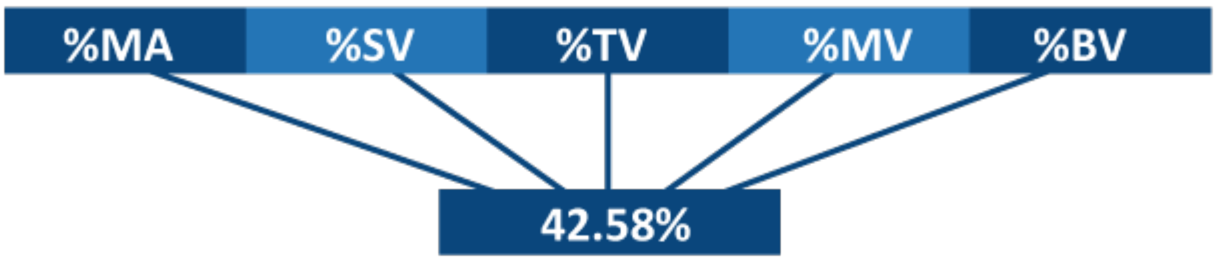
3. Un CDT que me paga el 25% anual capitalizado cada tres meses

Dada una tasa del 33% TV, hallar la tasa efectiva.

2. Calcular la tasa efectiva anual equivalente a la tasa 38% trimestral vencido.

3. Hallar la tasa nominal liquidada MV equivalente a la tasa de 43.77% efectivo.

4. Completar el siguiente cuadro.



7. Convertir 30% TA en una tasa de interés mensual equivalente:

El tema de tasas de interés comprende cuatro tipos de conversiones que se resuelven con un solo método, ellas son:

A. Convertir tasas vencidas en otras tasas vencidas

B. Convertir tasas vencidas en tasas anticipadas

C. Convertir tasas anticipadas en tasas vencidas

D. Convertir tasas anticipadas en otras tasas anticipadas

8. Determine la tasa de interés efectiva que se recibe en un depósito bancario, si la tasa nominal es del 30% y se convierte:

(R/ 30%, 32.25%, 33.54%, 34.45%)

a) Anualmente

b) Semestralmente

c) Trimestralmente

d) Mensualmente

9. Determina la tasa nominal que produce un rendimiento del 20% anual efectivo, si la tasa de interés se capitaliza:

(R/ 20%, 19.08%, 18.65%, 18.37%)

a) Anualmente

b) Semestralmente

c) Trimestralmente

d) Mensualmente

10. Determina la tasa de interés nominal capitalizable trimestralmente que resulte equivalente a una tasa del 25% anual con capitalización semestral

(R/ 24.26%)

11. ¿Qué tasa nominal capitalizable mensualmente resulta equivalente a una tasa del 24% nominal anual capitalizable trimestralmente? Determine el monto acumulado de $100.000 al cabo de un año

(R/ 13.83%, $114.749.99)

12. ¿Qué tasa de interés mensual resulta equivalente a una tasa del 25% semestral?

(R/ 3.789%)

13. ¿Qué tasa de interés trimestral resulta equivalente a una tasa mensual del 2%?

(R/ 6.1204%)

14. ¿Qué tasa de interés efectiva anual resulta equivalente a una tasa del 8% trimestral?

(R/ 36.04%)

15. Determine una tasa anual con capitalización mensual que sea equivalente al 32.2% anual con capitalización semestral.

Determine el monto acumulado de $5.000 al cabo de 2 años

(R/ 30.2308%)

16. ¿En qué será mejor invertir?

- En bonos que pagan el 25% nominal anual por mes vencido
- En CDT’s que pagan el 24% nominal anual liquidado por trimestre anticipado.

(R/ Rentan lo mismo)

17. Una corporación financiera paga el 33.68% efectivo anual.

Un cliente desea que le paguen intereses por mes vencido y otro por trimestre anticipado. ¿Cuál será la tasa a liquidar a cada uno?

(R/ 2.448% mes vencido, 7% Trimestre anticipado)

18. Hallar una tasa nominal anual liquidada por mes anticipado que sea equivalente al 32% nominal anual liquidado por trimestre anticipado.

(R/ 32.8934%)

19. ¿Qué tasa de interés nominal anual liquidada por semestre anticipado es equivalente al 26% nominal anual liquidado por semestre vencido?

(R/ 23%)

20. Una empresa necesita $8’000.000 a tres meses. Un banco se los presta al 8.5% trimestral anticipado. ¿Cuánto le debe solicitar para que una vez deducidos los intereses le entreguen efectivamente los $8’000?000?

(R/ $8’743.169.40)

21. Una corporación financiera paga el 2.5% mensual de intereses, intereses que tienen una retención en la fuente del 7% ¿Cuál será la tasa mensual, después de dicho impuesto y cuál sería la efectiva anual?

(R/ 2.325% mes, 31.759 año)

22. Compruebe que el 12.36% para cierto periodo de tiempo y el 6% para dos veces ese mismo periodo, dan la misma tasa de interés.

(R/ 12.36%)

23. Hallar las tasas efectivas anuales equivalentes a una tasa del 25% anual con capitalización:

(R/ $28.74%; 28.09%, 29.45%, 30.61%, 33.33%)

a) Mensual c) Trimestral e) Anual

b) Bimestral d) Semestral

24. Hallar la tasa de interés trimestral equivalente a una tasa de interés del 6.5% semestral. **(R/ 3.198%)**

25. Hallar la tasa de interés efectiva anual equivalente a una tasa de interés nominal anual del 27% con capitalización mensual anticipada.

(R/ 31.40%)

26. Hallar la tasa bimestral equivalente a una tasa de interés del 6% semestral

(R/ 1.961%)

27. Si la tasa de captación de una corporación es el 8% trimestral y un cliente abre un CDT a tres meses de $10’000.000 y pide intereses mensuales. ¿Qué tasa de captación le daría y cuánto habrá que pagarle cada mes si retira los intereses?

(R/ 2.6% mes, $260.000)

28. Un fondo de empleados paga el 1.5% quincenal:

¿Cuál es la tasa nominal y la efectiva anual?

¿Cuál será la nominal y la efectiva mensual?

(R/ 36% Nominal, 42.95% IE, 3% Nominal mes, 3.02% IE mes)

29. Hallar la tasa efectiva anual equivalente a una tasa nominal anual del 28%

En los siguientes casos:

a) Con capitalización mensual vencida

b) Con capitalización trimestral vencida

c) Con capitalización mensual anticipada

d) Con capitalización trimestral anticipada

(R/ 31.888%, 31.0796%, 32.7527%, 33.6805%)

30. Hallar la tasa efectiva anual equivalente a una tasa nominal anual del 25% con capitalización anual vencida y con capitalización anual anticipada.

(R/ 25%, 33.33%)

31. Hallar la tasa efectiva trimestral equivalente a una tasa nominal anual del 36%

(R/ 9%)

32. Hallar la tasa efectiva trimestral equivalente a una tasa efectiva anual del 41.1981609% **(R/ 9%)**

33. Hallar la tasa nominal anual con capitalización bimestral anticipada equivalente a una tasa efectiva anual del 35%.

(R/ 29.2722%)

34. Hallar una tasa nominal anual liquidada por trimestre vencido que sea equivalente al 30% nominal anual liquidada por semestre anticipado.

35. Determinar una tasa nominal anual liquidada por semestre anticipado que sea equivalente al 28% nominal anual liquidada por mes vencido.

36. Hallar la tasa efectiva trimestral equivalente a una tasa del 6% semestral con capitalización vencida.

37. ¿De qué capital podrá disponer una persona al cabo de 5 años, si invierte ahora $60.000 a una tasa del 5% trimestral los dos primeros años y al 6.5% trimestral al resto del tiempo; todos pagaderos al vencimiento? ¿Qué tasa de interés periódica, nominal y efectiva me liquidaron en cada uno de los períodos?

38. Dos hermanos recibieron como herencia la misma suma. El primero invirtió la suya al 28% anual con capitalización trimestral y el segundo al 27% anual con capitalización mensual. Si a los tres años y medio el primero tenía $195.173.20 más que el segundo.

¿A qué tasa de interés periódica, nominal y efectiva invirtió cada uno?

39. Cierto capital se invirtió a una tasa i mensual compuesta, al año el monto era de $239.261.04 y a los tres años era de $422.737.06. ¿Cuál es el capital y a que tasa nominal, periódica y efectiva estuvo invertido?

(R/ $180.000, 2.4%)

40. Si invierto un capital de $476.113 hoy en un fondo que capitaliza al 15% semestral, a fin de poder disponer de $1'000.000 dentro de dos años y medio. ¿Qué tasa de interés periódico, nominal y efectivo me estarán liquidando?

41. ACTIVIDAD

Va a invertir $10.000.000 en un CDT y va a analizar donde es más rentable y solicitará información en 3 entidades financieras:

Plazo, tasa de interés, forma de pago, (debe decir al asesor de la entidad que los intereses se capitalicen periódicamente).

El estudiante debe solicitar la inversión a tasa fija y tasa variable, (DTF e IPC).

Con base en lo anterior se debe calcular la tasa nominal, efectiva, periódica, retención en la fuente y el valor a recibir (VF) después de impuestos.

PISTAS DE APRENDIZAJE

- Recuerde como se dan los periodos:

PERIODO	VENCIDO	LECTURA	ANTICIPADO	LECTURA
MES	MV	Mes Vencido	MA	Mes Anticipado
BIMESTRE	BV	Bimestre Vencido	BA	Bimestre Anticipado
TRIMESTRE	TV	Trimestre Vencido	TA	Trimestre Anticipado
SEMESTRE	SV	Semestre Vencido	SA	Semestre Anticipado
AÑO	AV	Año Vencido	AA	Año Anticipado

- **Recuerde que:** Si **la tasa es capitalizable**, necesariamente se trata de una **tasa nominal**, ya que **las efectivas no se capitalizan**, sino que son las que **resultan al capitalizar las nominales**.
- **Recuerde que:** El **término capitalizable** tiene que ver con **los intereses causados por período** que se le **agregan al capital**. El periodo puede ser (diario-mensual-trimestral, semestral, anual).
- **Tenga presente que:** Para no tener que hallar primero **el valor futuro** de un capital, **despejar los intereses** y **dividirlo por el valor presente** y saber que **tasa de interés efectiva** se liquida, se utilizará la siguiente Expresión:

$$\% IE = [1 + IP)^{n} - 1] * 100$$

- **Recuerde que:**

a. Las Características de la **Tasa Nominal** son:

b.

- Siempre será una tasa de **interés anual**,
- Se puede **dividir** por **la frecuencia de capitalización** para obtener **la tasa periódica**, o sea la que se liquida en **cada período** del año.
- Sólo sirve para saber que **tasa de interés periódico** se va **a liquidar**.

c. Las Características de la **Tasa de Interés Efectiva** son:

- Toda tasa de **interés periódica** es **efectiva**.
- **No** se **puede dividir**.
- Se mide dentro de **un periodo de un año**.
- Puede ser **periódica** o tasa de interés **efectiva anual**.
- Si **no se especifica** que la tasa de interés **es efectiva**, se debe suponer que es una tasa de **interés nominal** y que partiendo de ésta se llegará a una **efectiva**.

- **Recuerde que: El** cálculo de **la tasa efectiva** a partir de **la tasa nominal anticipada**, está dada por:

$$\boldsymbol{i = \frac{i_a}{1 - i_a}}$$

Dónde: $\boldsymbol{i_a}$: $\boldsymbol{Tasa\ nominal\ anticipada}$

$\boldsymbol{i = Tasa\ vencida}$

- **Tenga presente que**: si la tasa **de interés anticipada** es **mensual**, al reemplazarla en la anterior expresión, se obtiene **la tasa de interés vencida mensual**.

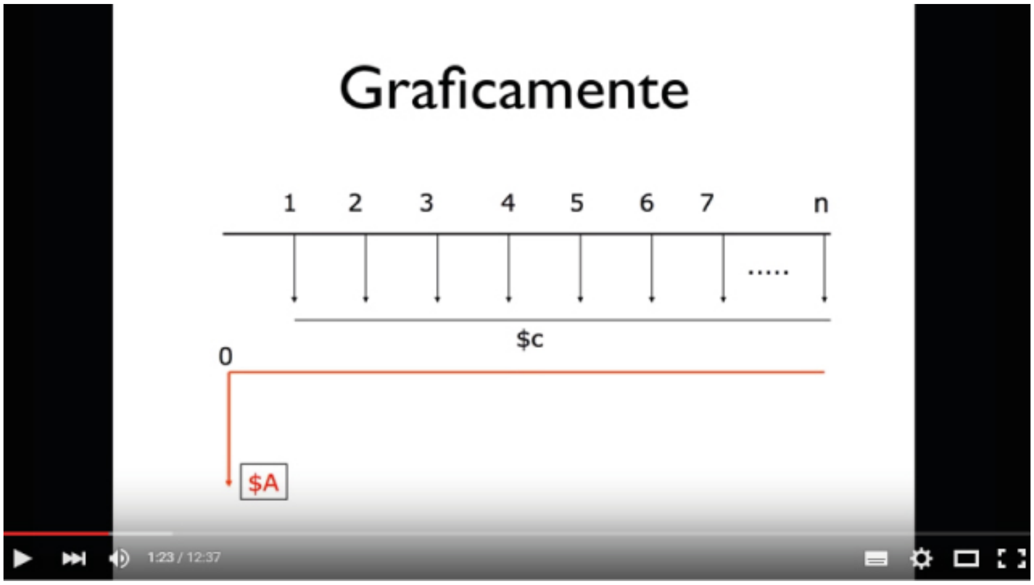
- **Recuerde que**: El **principio fundamental** de una **ecuación de valor** establece que:

$$\boldsymbol{S\ deudas = S\ pagos\ (\ en\ la\ ff)}$$

$$\boldsymbol{S\ activos = S\ pasivos + Capital\ (\ en\ la\ ff)}$$

NOTAS IMPORTANTES	
NOTA 1	Si el traslado de cualquier valor (**Ingresos-Egresos**) está dado **antes de la fecha focal**, entonces se debe llevar a su **valor futuro**.
NOTA 2	Si el valor está en una **fecha posterior a la focal**, se debe trasladar a ésta por medio del factor del **valor presente**.
NOTA 3	Los principios expuestos anteriormente para las ecuaciones de valor son válidos cuando se plantean en **Interés Simple** y en **Interés Compuesto**; **los cambios** que ocurren son con respecto a **la aplicación de las fórmulas.**

4 UNIDAD 3 ANUALIDADES, VALOR PRESENTE NETO Y TASA DE RETORNO

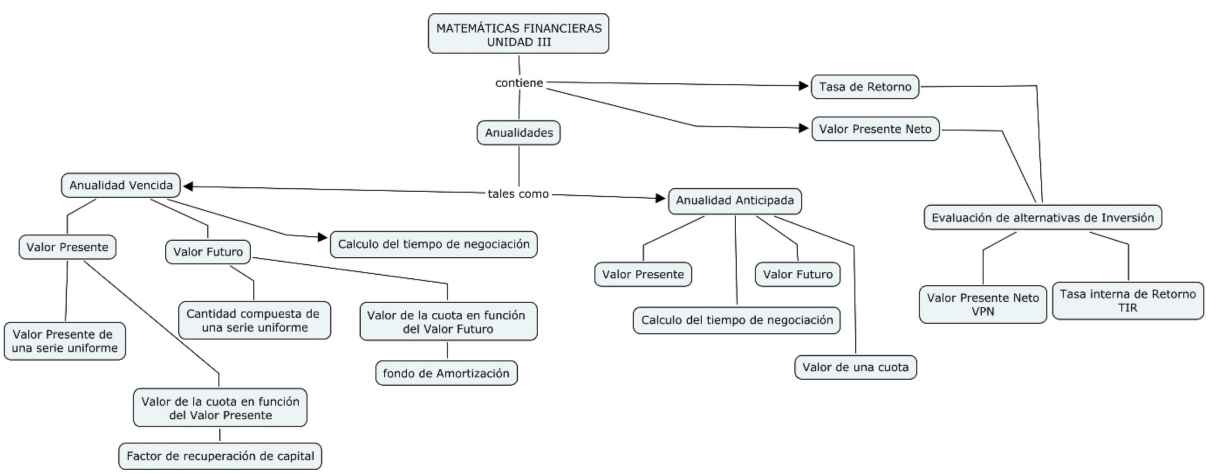


Matemáticas Financieras: Enlace

Enlace: Anualidades - Matemática financiera - Monografias.com

www.monografias.com › Matemáticas

4.1 RELACIÓN DE CONCEPTOS



Definición de Conceptos

Anualidad: Son los diferentes planes de pago e inversiones en cuotas fijas o constantes, de manera periódica.

Anualidad Vencida: Es aquella en que los pagos se hacen al final de un período.

Anualidad Anticipada: En ésta, los pagos se hacen al principio de cada período.

Tasa de Retorno: La TIR también se puede interpretar como la MAXIMA TASA de interés a la que un inversionista estaría dispuesto a obtener un préstamo, para financiar la totalidad del proyecto, pagando con los beneficios, los flujos netos de efectivo, la totalidad del capital prestado y sus intereses, sin perder un solo peso.

Valor Presente Neto: Es una cifra monetaria que se obtiene al comparar el valor presente de los ingresos con el valor presente de los egresos en una misma fecha determinada.

Amortización: Tienen como finalidad extinguir una deuda en determinado plazo, con cuotas periódicas, fijas o variables, a una tasa de interés i sobre saldos de deuda.

4.2 OBJETIVO GENERAL

Aplicar los conceptos de anualidad, valor presente neto y la tasa interna de retorno en los diferentes planes crediticios y en la evaluación de proyectos de inversión.

4.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar los diferentes planes de pago e inversiones en cuotas fijas o constantes, de manera periódica y las consideraciones para que una serie de pagos cumplan como anualidades.

- Identificar plenamente los dos métodos de aceptación universal para la evaluación de proyectos de inversión, esto es: Valor presente neto (VPN) y la Tasa interna de retorno (TIR).

4.4 TEMA 1 ANUALIDADES

Son los diferentes planes de pago e inversiones en cuotas fijas o constantes, de manera periódica, que cumplen con las siguientes condiciones:

1. Todos los pagos son de **igual valor.**
2. Todos los pagos se hacen a **iguales intervalos de tiempo**, esto es, **periódicos**.
3. Todos los pagos son llevados **al principio** o **al final** de la serie a **la misma tasa**, a un valor equivalente, es decir la anualidad debe tener un **valor presente equivalente** o un **valor futuro equivalente**.
4. El **número de pagos** debe **ser igual** al **número de períodos.**

Nota: Las condiciones anteriores obedecen a ciertas normas y tienen algunas implicaciones, por ejemplo: la **segunda condición sé cumple** aun si **los pagos** se hacen **cada mes** o **cada trimestre** y sin embargo **la serie** se sigue llamando **anualidades**.

Las **anualidades** se dan de dos formas:

1. Anualidad Vencida

Es aquella en que **los pagos** se hacen **al final de un período**, por ejemplo, el pago del sueldo de un empleado, mes por mes durante 12 meses (1 año), veamos la representación a través de un diagrama de líneas de tiempo, así.

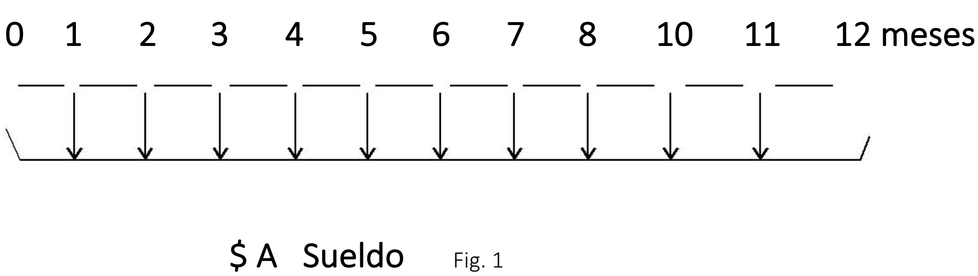


Fig. 1

a. <u>Valor presente de una anualidad vencida</u>

Es el valor ubicado en **el período anterior** al período de la fecha **del primer pago**, equivalente a una serie de **pagos iguales** y **periódicos**, es decir, la suma de todos **los valores presentes** de **todos los pagos**.

$$\boldsymbol{P = \frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{A}{(1+i)^n}}$$

$$V_P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i\,((1+i)^n)}\right]$$

Nota: El valor **dentro del corchete** se llama **el factor del valor presente** de una **serie uniforme.**

Donde:

n: es el número de pagos

A: Valor de cada pago

V_P: Es el valor presente de una serie de pagos iguales y periódicos

I: La tasa de interés.

b. Valor de la cuota en función del valor presente

Está dada por la siguiente expresión:

$$A = V_P\left[\frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

Nota: El valor **entre corchetes** se denomina **factor de recuperación de capital**.

c. Valor Futuro de una Anualidad Vencida

$$V_f = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Nota: El valor **entre corchetes** se denomina **cantidad compuesta de una serie uniforme.**

d. Valor de una cuota en función del valor futuro

$$A = V_f\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

Nota: El valor **entre corchetes** se denomina **fondo de amortización**.

e. <u>Cálculo del tiempo de negociación</u>

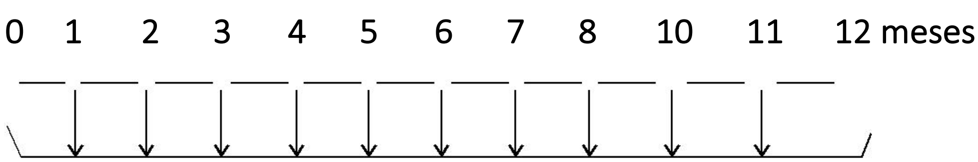
Es **el número de cuotas** necesarias para **amortizar una obligación**. Cuando se trabaja con **anualidades vencidas**, el tiempo de operación medido en **número de períodos**, **algunas veces** coincide con el **número de pagos** el cual **no siempre se cumple**.

$$\boldsymbol{n = \frac{\log A - \log(A - V_P * i)}{\log(1 + i)}}$$

2. Anualidad Anticipada

En ésta, **los pagos** se hacen **al principio de cada período**, se puede presentar como ejemplos de anualidad anticipada:

El pago mensual del arriendo, anticipado mes x mes, durante 12 meses.



$ A Arriendo Fig. 2

- Los pagos **arrendamientos anticipados**,
- Las cuotas **anticipadas** por **el financiamiento** de un electrodoméstico.

> **Nota:** Claramente en los diagramas, que si una anualidad **empieza** con **período termina** con **pago** (**fig. 1**) y si, **empieza** con **pago termina** con **período** (**fig. 2**).

- **Conceptos complementarios**

Es bastante importante determinar algunos conceptos antes de definir las expresiones que se utilizarán para los cálculos con anualidades anticipadas.

- **Renta:** Es el **pago periódico de igual valor**, corresponde a c/u, de los **$A** de los diagramas anteriores.
- **Periodo de la renta:** Es **el tiempo** que transcurre **entre dos pagos periódicos contiguos**
- **Plazo de anualidad:** El tiempo que transcurre entre **el principio del primer período** y **el final del último período**, se representa por **n**.
- **Valor de una anualidad ordinaria:** Una anualidad tiene dos valores:

VALOR	DEFINICIÓN
El valor futuro	En el cual todos **los pagos son trasladados al final** de la anualidad en el período correspondiente al último pago.
El valor presente	En el cual **los pagos son trasladados al presente** de la serie de pagos ubicando un período antes del período correspondiente al primer pago.

TABLA DE FACTORES A INTERÉS COMPUESTO				
	Hallar	Dado	Fórmula	Factor
1	V_f	V_p	$V_f = V_p * (1+i)^n$	$\left[\frac{V_f}{V_p}, i, \%, n\right]$
2	V_p	V_f	$V_p = V_f(\frac{1}{(1+i)^n}$	$\left[\frac{V_p}{V_f}\ i, \%, n\right]$
3	V_f	A	$V_f = A\left[(\frac{(1+i)^n - 1}{i})\right]$	$\left[\frac{V_f}{A}\ i, \%, n\right]$
4	A	V_f	$A = V_f\left[\frac{1}{(1+i)^n - 1}\right]$	$\left[\frac{A}{V_f}\ i, \%, n\right]$

5	A	V_p	$A = V_p\left[\frac{i*(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]$	$\left[\frac{A}{V_p}\ i,\%,n\right]$
6	V_p	A	$V_p = A\left[\frac{i*(1+i)^n-1}{(1+i)^n}\right]$	$\left[\frac{V_p}{A}\ i,\%,n\right]$

La tabla anterior resume los valores hallados para cada **variable** en relación con las demás, suponiendo una tasa de interés del i % y una duración de n períodos.

Cada factor, en orden consecutivo a la tabla anterior, recibe el nombre de:

1. Factor de cantidad compuesto en pago simple o único.
2. Factor de valor presente para pago simple o único.
3. Factor de cantidad compuesta por una serie uniforme.
4. Factor de fondo de amortización.
5. Factor de recuperación de capital.
6. Factor de valor presente de una serie uniforme de pagos.

Es conveniente dar una breve explicación a c/u de los factores expresados en la tabla de factores de Interés Compuesto, acerca de su significación y empleo:

$\mathbf{1.}\ V_f = 1*(1+i)^n$ Expresa el monto que se obtiene después de n períodos invirtiendo un peso a una tasa de interés i, en **forma compuesta**. Sirve para **capitalizar un solo valor**.

0

|________________________ n

1… —→ ⋯ — —→ ⋯ —. → ⋯ —→ $V_f = 1*(1+i)^n$

$\mathbf{2.}\ V_p = V_f\left(\frac{1}{(1+i)^n}\right)$, Indica el valor presente del préstamo para amortizar por períodos iguales de tiempo.

Actividad: Realiza la línea de tiempo correspondiente.

3. $V_f = 1\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$ Indica el monto que se obtiene después de n períodos; invirtiendo un peso por período a una tasa de interés i en forma compuesta. Sirve para capitalizar varios valores iguales y de vencimientos consecutivos.

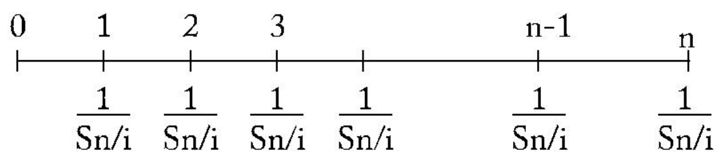
$$|\_\_\_1\_\_\_2\_\_\_3\_\_\_\_\_n-1\_\_\_\_|n$$

1 1 1 1 1

$$V_f = 1\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$$

4. $A = V_f\left[\frac{1}{(1+i)^n-1}\right]$

Indica el valor de la cuota que es necesario invertir por período a una tasa de interés i; en forma compuesta para obtener después de n períodos 1 un monto de un peso. Es el inverso del factor tres. (Tabla de factores compuesto).

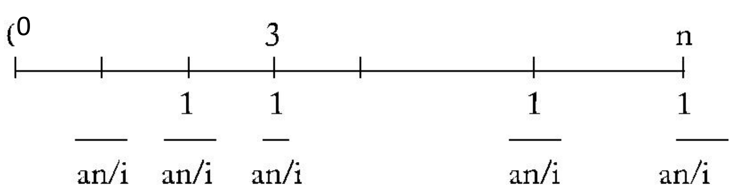


Con: $S_n = (1+i)^n - 1$

$V_f = A\left(\frac{S_n}{i}\right)$, Si V_f **queda:** 1= $A\left(\frac{S_n}{i}\right)$, ***donde***:

$A = \frac{1}{\frac{S_n}{i}}$, Siendo $\frac{S}{i}$ una denotación idéntica a: $\left(\frac{V_f}{A}\ i\ \%, n\right)$

5. $A = V_p\left[\frac{i*(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]$ Indica el valor de la cuota que se debe pagar por período, para amortizar un préstamo de ur períodos a una tasa de interés i. Es el inverso del factor ($\frac{V_p}{A}$, i%, n).



$$V_p = A\left(\frac{a_n}{i}\right),$$

$$\text{Si } V_p = 1 \rightarrow 1 = A\left(\frac{a_n}{i}\right) \rightarrow A = \frac{1}{\frac{a_n}{i}}$$

Siendo $\frac{a_n}{i}$, una denotación $\left(\frac{V_p}{A}\ i\,\%\ n\right)$

$$6.\ V_p = A\left[\frac{i * (1+i)^n - 1}{(1+i)^n}\right]$$

Indica el **valor de un préstamo** que se puede recibir hoy para amortizarlo en

$n\ períodos$, pagando un peso por período a $una\ tasa\ de\ interés\ i$ sobre saldos de deuda. **Es un factor que descuenta**, por tanto, sirve para actualizar varios valores iguales y de vencimientos consecutivos.

0	1	2	3	2	$n-1$	n
	I	I	I	I	I	I
	1	1	1	1	1	1

$$V_p = 1\left(\frac{Ant}{i}\right)$$

$\left(\frac{Ant}{i}\right)$: Denotación idéntica a $\left(\frac{V_p}{A}, i\,\%, n\right)$

Destacar el hecho de que **la finalidad** de las anualidades **(Rentas)** es <u>constituir un capital</u> o <u>extinguir una deuda</u>, para el primer caso se puede hablar de **imposición**, para el segundo de **amortización**.

Con **las imposiciones** se busca **constituir un capital** mediante **la inversión periódica de un pago (cuota) fija o variable**, a una tasa de interés i simple o compuesta; **Su pago** se puede hacer **al principio** o **al final** del período. De tal forma, una inversión de $ A por período y durante n períodos a una tasa i compuesta en forma vencida, tiene por expresión las fórmulas determinadas para ello.

(Ver tabla de factores a interés compuesto).

A continuación, se determinarán las expresiones para las anualidades anticipadas:

a. Valor presente de una anualidad anticipada.

$$V_P = A(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$$

b. Valor futuro de una anualidad anticipada

$$V_f = A\left[\frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i}\right]$$

c. Valor de una cuota en una anualidad anticipada

$$A = \frac{V_P}{\left[1 + \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i(1+i)^{n-1}}\right]\right]}$$

d. Cálculo del tiempo de negociación

Es el número de pagos, pagaderos cada uno al principio del período y que son necesarios para amortizar una obligación, este se puede calcular en función del valor presente o del valor futuro:

- En función del **valor presente,** está dada por la siguiente expresión:

$$n = \frac{\log A - \log[A - I(V_P - A)]}{\log(1+i)} + 1$$

- En función del **valor futuro**, está dada por la siguiente expresión:

$$n = \frac{\log\left[\frac{V_f}{A} + (1+i)\right]}{\log(1+i)} - 1$$

4.4.1 EJERCICIOS DE ENTRENAMIENTO

Realizar los siguientes ejercicios aplicando los conceptos vistos; realízalo en forma colaborativa con tus compañeros y confróntalo con el tutor.

Recuerde que debe desarrollar el ciento por ciento de los talleres, es la única forma que garantiza el logro de los objetivos propuestos en el curso. El tutor, al finalizar esta unidad exigirá a cada estudiante la entrega de los talleres desarrollados, éstos tendrán una nota importante en la evaluación final.

1. De qué capital podrá disponer una persona al cabo de 10 años, si durante ellos invierte $2.000.000 al final de cada semestre, en un fondo que le paga el 18% anual con capitalización semestral.

Nota: Cuando los **diferentes pagos (Restas)** se valoran al principio del plazo (**punto focal:** Hoy principio del período uno que es el cero) estamos frente a **las amortizaciones**.

Las amortizaciones: Tienen como finalidad **extinguir una deuda** en **determinado plazo**, con **cuotas periódicas**, **fijas** o **variables**, a una tasa de interés i sobre **saldos** de **deuda**.

Las amortizaciones por lo general son de **pago vencido**, porque, si se toma un préstamo para amortizarlo con **cuotas trimestrales**, la **primera debe pagarse al trimestre siguiente** y no descontarse de inmediato; que es bien diferente a pagar interés anticipado y a la cuota inicial en algunos sistemas de financiación.

Tenga presente: Que **cada pago** (anualidad) incluye: **amortización** de **capital** e **intereses** sobre saldos de deuda tratando se de amortizaciones

2. ¿Qué préstamo se puede amortizar en 5 años a una tasa del 25% anual pagando cuotas de $2.000.000 anuales?

Elaborar un cuadro de amortización del ejercicio anterior, teniendo en cuenta:

- Que los intereses se liquidan sobre el saldo de deuda,
- Que el saldo de deuda al final de un período es el inicial del siguiente, y
- Que la cuota contiene intereses y amortización de capital.
- A continuación, los enunciados que encabezan las columnas para el cuadro de amortización:
    - Período,
    - Deuda al principio del período,
    - Interés,
    - Anualidad (cuota),
    - Amortización real,

- Saldo deuda al final del Período.

Nota: Las anualidades conforman una clasificación atendiendo a **criterios**, entre otros como los siguientes:

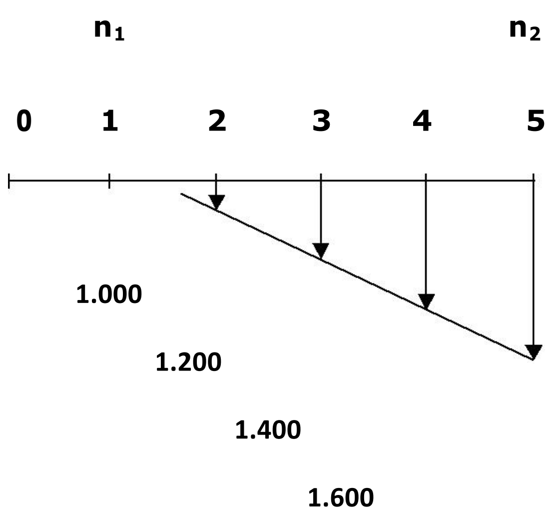
1. **Según los pagos pueden ser:**
   a) **Constantes**, o sea, aquellos pagos en los cuales todos los términos son iguales.
   b) **Variables**, cuando todos los términos son diferentes entre sí:

Nota: A partir del **numeral b**, surgen dos situaciones:

Una, en la cual en la posición $(\boldsymbol{nI} + \boldsymbol{I})$ hay una base$(\boldsymbol{B})$, la cual se modifica al final de todas las posiciones siguientes, hasta la posición 2, en una cantidad uniforme denominada **GRADIENTE (G)** conocida en términos generales como **gradiente aritmético** (ver diagrama de líneas de tiempo) Figura 1.

$\boldsymbol{n_1}$: Posición donde **no hay pago**, anterior en un período a la Base.

$\boldsymbol{n_1 + 1}$: Posición donde **está el primer pago**. (Suma base).



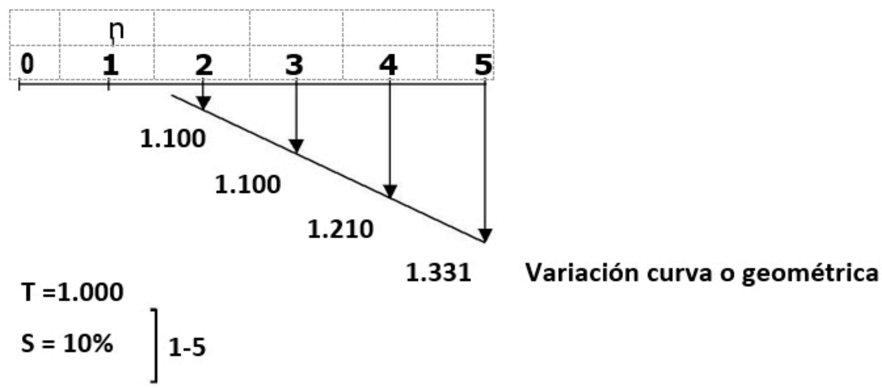
Variación lineal o aritmética

$\boldsymbol{n_1 + 2}$: Posición en que se da el **Gradiente**.

B = 1.000 **Gradiente 200** **Plazo de anualidad: 1 ® 5**

Observe que la posición que pueden ocupar $\boldsymbol{n_{1\,y}}$ $\boldsymbol{n_2}$ **,** va de acuerdo con diferentes situaciones representadas en las líneas de tiempo. Además que en la posición $\boldsymbol{n_1}$ **no hay pago** y que el primer gradiente se representa en la posición ($\boldsymbol{n_1 + 2}$).

La otra situación o circunstancia obedece a que en la posición ($\boldsymbol{n_1 + 1}$) hay una suma base (T), la cual se modifica al final de todas las posiciones siguientes, hasta la posición $\boldsymbol{n_2}$**,** en una proporción o porcentaje constante denominada **tasa de escalamiento** y se conoce en general como **gradiente geométrico**. Obsérvese que en la posición $\boldsymbol{n_1}$, no hay flujo (pago) y que la primera variación se da en la posición ($\boldsymbol{n_1 + 2}$)**.**



Nota: Es de suma importancia, el estudio de este tipo de gradientes, porque se utiliza en:

- Los fenómenos del crecimiento del **índice de costos** al consumidor,
- **Tasa de crecimiento** de **las demandas** y
- En general, para estudiar **las proyecciones** de un gran número de **parámetros**.

3. ¿Qué significa valor del dinero en el tiempo?

4. ¿Cómo se explica el hecho de que dos cantidades distintas de dinero pueden ser equivalentes entre sí?

5. ¿Qué inversión aceptaría el lector, suponiendo que le han ofrecido la oportunidad de invertir $10.000 al 21% anual simple durante tres años, o los mismos $10.000 al 20% anual compuesto, durante tres años?

4.5 TEMA 2 EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS DE INVERSIÓN

Una **inversión** es una **asignación de recursos** en **el presente** con el fin de obtener **unos beneficios** en **el futuro**. No solo se entiende como inversión **el desembolso de dinero** sino también **el tiempo** de que alguien dedica a la **capacitación** en un campo especifico del saber.

Todo inversionista frente una inversión lo primero que se pregunta es:

¿ME CONVENDRÁ DICHA INVERSIÓN?

Para que esto sea **una realidad** es necesario:

- **Recuperar** la **inversión inicial**, y
- Obtener unos **excedentes** (intereses);

Nota: Estos deben **superar la tasa de oportunidad**, este debe superar la tasa que el inversionista está acostumbrado a manejar (**tasa de oportunidad del inversionista).**

Existen **dos métodos** de aceptación universal para **evaluar** proyectos de inversión:

- **Valor presente neto (VPN).**
- **La tasa interna de retorno (TIR).**

Nota: Los fondos requeridos para cubrir la inversión inicial pueden provenir de diferentes fuentes, tales como:

- Recursos propios.
- Préstamo de terceros.
- Combinación de recursos propios y préstamo de terceros.

1. Valor presente neto (VPN)

Es una cifra monetaria que se obtiene al **comparar** el <u>valor presente</u> de **los ingresos** con el <u>valor presente</u> de **los egresos** en **una misma fecha** determinada.

Para que una empresa permanezca en el mercado se requiere que, éstas en un largo plazo, sean **rentables** y **líquidas**.

La expresión para calcular el **valor presente neto** (VPN) está dada por:

$$\boldsymbol{VPN_{(TO)} = VPI - VPE}$$

Dónde:

$\boldsymbol{VPN}$: Valor Presente Neto

$\boldsymbol{TO}$: Tasa de Oportunidad

$\boldsymbol{VPI}$: Valor Presente de los Ingresos

$\boldsymbol{VPE}$: Valor Presente de los Egresos

$$VPN_{(TO)} = -P + \frac{FNE_1}{(1+T.O)^1} + \frac{FNE_2}{(1+T.O)^2} + \cdots + \frac{FNE_n}{(1+T.O)^n}$$

$\boldsymbol{P}$: Inversión Inicial

$\boldsymbol{FNE}$: Flujo Neto de Efectivo

$\boldsymbol{T.O}$: Tasa de Oportunidad (Costo de dinero)

- Criterios para seleccionar alternativas de acuerdo al VPN:

El resultado de la expresión anterior genera 3 alternativas:

1. Cuando el $\boldsymbol{VPN}$ es **mayor que cero** la alternativa se debe ACEPTAR.

$$VPN > 0 \rightarrow Aceptar$$

2. Cuando el $\boldsymbol{VPN}$ es **igual a cero** es **indiferente aceptar** o **no** la alternativa.

$$VPN = 0 \rightarrow Indiferente$$

3. Cuando el $\boldsymbol{VPN}$ es **menor que cero** la alternativa se debe **rechazar**.

$$VPN < 0 \rightarrow Rechazar$$

2. La tasa interna de retorno (TIR)

Al analizar el **VPN,** este se hace de acuerdo a **una tasa de oportunidad** del inversionista, esto quiere decir que para dos inversionistas **a** y **b**:

- Para **a** con una tasa de oportunidad del **10%**, y
- Para **b** con una tasa de oportunidad de **15%**

Es posible que un proyecto sea **llamativo** para ambos inversionistas, o solo **para uno de ellos**, o para **ninguno**.

Se define la **TIR** como **la tasa de interés** que hace el $VPN = 0$, es decir, el **valor presente** de los **flujos descontados** sea **igual** a **la inversión inicial**.

Nota: La **TIR** también se puede **interpretar** como la **MAXIMA TASA** de interés a la que un inversionista estaría dispuesto a obtener un préstamo, para financiar la totalidad del proyecto, pagando con **los beneficios**, **los flujos netos de efectivo**, la **totalidad del capital prestado** y **sus intereses, sin perder un solo peso.**

4.5.1 EJERCICIO DE APRENDIZAJE

Este ejercicio se remite a analizar el paso a paso de un proceso de inversión dado en el enlace (ver numeral 3) y los siguientes videos, en ellos encontrarás amplia información del tema, además la resolución de ejercicios y su manejo a través de herramientas como el Excel:

Video: Matemática - Valor actual neto VAN y Tasa interna de ...

www.youtube.com/watch?v=xL5P3SO-SyQ (10:51 minutos)

Video: Como Calcular el VAN y la TIR en Excel | Ejemplo Práctico ...

www.youtube.com/watch?v=k_ul2Zl9rMQ (4:09 minutos)

Enlace: DOC]: Ejemplo Paso a Paso:

npadron.webs.ull.es/.../**Ejemplo**%20ACB%20Paso%20a%20Paso.doc

4.5.2 EJERCICIOS DE ENTRENAMIENTO

1. Define los siguientes conceptos, es de mucha importancia que lo hagas, ya que te permitirán enfrentar los talleres aplicativos sin dificultad, en caso de no tener claro un concepto regresa al tema y repásalo nuevamente.

   a) ¿Qué es una anualidad? Dé un ejemplo de la vida cotidiana.

   b) ¿Qué es una TIR? Dé un ejemplo.

   c) ¿Qué diferencia existe entre la TIR y la VPN?

   d) ¿Qué entiende usted por amortización?

   e) ¿Qué diferencia existe entre depreciación y amortización?

EJERCICIOS SOBRE ANUALIDADES Y AMORTIZACIONES

a. Una empresa vende pianos con una cuota inicial de $300.000 y 12 cuotas mensuales de $200.000 cada una si opera a una tasa del 24% con capitalización mensual. Hallar el valor de contado.

b. Una cooperativa ofrece un préstamo de $3.000.000 a tres años a una tasa del 26% capitalizable bimestralmente y usted puede cancelarlo por medio de cuotas mensuales iguales. Hallar el valor de cada cuota.

c. El propietario de un apartamento tiene las siguientes alternativas:

1. venderlo de contado por $70.000.000

2. Arrendarlo, con un canon de arrendamiento de $500.000 mes vencido durante 4 años y al final del mismo vendérselo al aquilino por $60.000.000 si la tasa es del 36% capitalizable mensualmente. ¿Cuál decisión debe tomar?

d. Para comprar un computador el cliente tiene las siguientes opciones:

1. Comprar a crédito así cuota inicial de $400.000 y 12 cuotas mensuales de $100.000 cada una.
2. Comprar de contado valor $1.500.000

¿Cuál es la mejor opción de compra?

e. Un vehículo tiene un valor de contado de $40.000.000 y se adquiere financiado con el 30% de cuota inicial y el resto en 36 cuotas iguales mensuales. Calcular el valor de las cuotas si la primera se paga al final del mes 4. La tasa de financiación es del 28% capitalizable mensualmente.

1. Los intereses durante el periodo de gracia se cancelan mensualmente.

2. Los intereses no se cancelan durante el periodo de gracia.

¿Cuál es el **valor a pagar** en **el mes 4**?

EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS DE INVERSIÓN

a. Carlos compra un apartamento por $50.000.000 y espera arrendarlo por $1.000.000 pagaderos de forma vencida al partir del primer mes y durante 36 meses, cuando espera venderlo por $70.000.000. Si su tasa de oportunidad es del 3% mensual. ¿Hizo un buen negocio?

b. Un electrodoméstico tiene un precio de contado de $2.000.000 se financia en 20 cuotas mensuales anticipada de $130.515,93. ¿Qué tasa de interés mensual cobraron por la financiación?

c. Una empresa transportadora desea adquirir un tracto camión por un valor de $200.000.000. La empresa la utilizaría durante 5 cuando espera venderla por $120.000.000. Se esperan beneficios anuales de $20.000.000 y unos costos de mantenimiento de $8.000.000. Si la tasa de oportunidad de la empresa transportadora es del 15% anual. Se recomienda la compra del tracto camión.

d. El banco BBVA otorga un crédito de $50.000.000 a una tasa del 24% anual con capitalización trimestral plazo un año. La deuda debe ser cancelada en cuatro cuotas iguales de $12.500.000 por trimestres vencidos, más los intereses sobre saldos. El banco cada vez que recibe las cuotas trimestrales conformadas por los intereses y la cuota de amortización de la deuda, los reinvierte a una tasa del 8% trimestral calcular la TIR y la VPN si la tasa de oportunidad es del 6% trimestre vencido.

e. Se invierten un $1.000.000con la expectativa de recibir $200.0000 al final de cada uno de los siguientes 10 años. Calcular la VPN si la tasa de oportunidad es del 4% anual y hallar la TIR.

PISTA DE APRENDIZAJE

Recuerde que:

1. Cuando el $\boldsymbol{VPN}$ es **mayor que cero** la alternativa se debe ACEPTAR.

$$\boldsymbol{VPN > 0 \rightarrow Aceptar}$$

2. Cuando el $\boldsymbol{VPN}$ es **igual a cero** es **indiferente aceptar** o **no** la alternativa.

$$\boldsymbol{VPN = 0 \rightarrow Indiferente}$$

3. Cuando el $\boldsymbol{VPN}$ es **menor que cero** la alternativa se debe **rechazar**.

$$\boldsymbol{VPN < 0 \rightarrow Rechazar}$$

Recuerde que:

Se define la **TIR** como **la tasa de interés** que hace el $\boldsymbol{VPN = 0}$, es decir, el **valor presente** de los **flujos descontados** sea **igual** a **la inversión inicial**.

4.6 TEMA 3 INGENIERÍA ECONÓMICA

1. Introducción

Cuando se habla de Ingeniería Económica, se está hablando de una **evaluación** o valoración de los **resultados económicos** obtenidos de las soluciones sugeridas desde la ingeniería, esto es, las decisiones que se toman y aconsejan desde su labor para lograr que una empresa sea **altamente rentable** y **competitiva** en **el mercado económico**.

La Ingeniería Económica integra los **conocimientos de ingeniería** con los elementos básicos de la Economía, por lo tanto, es **un conjunto de herramientas**, a través de las cuales se **analiza cuantitativamente** la **viabilidad** o **factibilidad** <u>económica</u> y <u>financiera</u> de los **proyectos de inversión**.

Podemos decir entonces que la ingeniería económica es un conjunto de técnicas para tomar **decisiones de índole económica** en el ámbito industrial, considerando siempre **el valor del dinero a través del tiempo,** por lo tanto, es la disciplina que se preocupa de los **aspectos económicos** de la ingeniería; implica la **evaluación sistemática** de **los costos** y **beneficios** de los proyectos técnicos propuestos.

El **principal objetivo** de la Ingeniería Económica está dado por:

LA TOMA DE DECISIONES BASADA EN LAS COMPARACIONES ECONÓMICAS DE LAS DISTINTAS ALTERNATIVAS DE INVERSIÓN

Los métodos empleados para esta toma de decisiones van desde el uso de **hojas de cálculo estandarizadas** para **evaluaciones de flujo de caja**, hasta procedimientos más elaborados, tales como el **análisis de riesgo e incertidumbre**, y pueden aplicarse tanto a **inversiones personales** como a **emprendimientos industriales**.

Podemos decir entonces que la ingeniería económica es una serie de conceptos y técnicas matemáticas aplicadas en:

- El análisis,
- La comparación, y
- La evaluación financiera de alternativas relativas a proyectos de ingeniería.

Proyectos generados por:

- Sistemas,
- Productos,
- Recursos,
- Inversiones, y
- Equipos.

- Por lo tanto, la ingeniería económica es **una herramienta de decisión** por medio de la cual se podrá escoger **una alternativa** como la más económica y con los mayores beneficios posibles, favoreciendo la inversión.
- A continuación, se dan tres notas de suma importancia para que las sugerencias, dadas desde la ingeniería, puedan ser tenidas en cuenta y aprobarse para su aplicación:

Nota 1: Para que puedan aprobarse en lo económico, las resoluciones de los problemas deben impulsar un balance positivo del rendimiento a largo plazo, en relación con los costos a largo plazo y también deben promover el bienestar y la conservación de una organización, construir un cuerpo de técnicas e ideas creativas y renovadoras, permitir la fidelidad y la comprobación de los resultados que se esperan y llevar una idea hasta las últimas consecuencias en fines de un buen rendimiento (Sullivan et al., 2004, p.3).

Nota 2: "La misión de la ingeniería económica consiste en balancear dichas negociaciones de la forma más económica" (Sullivan et al., 2004, p.3).

Nota 3: Principalmente la ingeniería económica propone formular, estimar y calcular los productos económicos cuando existen opciones disponibles para proceder con un propósito definido, en resumen, es un grupo de métodos matemáticos que facilitan las comparaciones económicas (Blank y Tarquin, 2006, p.6).

Cuando se realiza un estudio de Ingeniería Económica, dentro de las preguntas más frecuentes que se hacen, quienes lo realizan, dependiendo, claro está, de lo que se busca, pueden ser preguntas tales como:

- Cuando se trata de **nuevos diseños**: ¿Qué diseño se elige entre varias alternativas similares?
- Cuando se trata de **nuevos equipos**: ¿Debe reemplazarse el equipo en uso por uno nuevo?, y en caso afirmativo, ¿cuándo debe sustituirse?
- Cuando se trata de **beneficios**: ¿Los beneficios esperados del proyecto son suficientes para justificar la inversión?
- Cuando se trata de **seguridad del proyecto**: ¿Es preferible un **proyecto conservador** y **más seguro** o uno de **mayor riesgo** que ofrece **beneficios superiores**?

Dichas preguntas tienen características comunes:

- Implican una selección entre las diferentes opciones técnicas que se pueden evaluar para obtener resultados óptimos.

- En todas están involucradas consideraciones de **tipo económico**.
- Existen otras características menos evidentes, tales como:

    1. **El requerimiento de datos adecuados**, y
    2. El conocimiento de **las restricciones tecnológicas** para la definición del problema y la identificación de las posibles soluciones, para poder determinar **la solución óptima**.

A continuación, se encuentran dos conceptos de suma importancia para la Ingeniería Económica en el momento de realizar sugerencias y plantear nuevos Proyectos:

Factibilidad económica

La **factibilidad económica** de un proyecto tiene que ver con los beneficios de **inversión de recursos económicos** en una **alternativa** determinada, sin importar la fuente de estos recursos.

En el análisis de la factibilidad económica se evalúa **la decisión de inversión independiente** del **dueño del proyecto**, se enfatiza únicamente en los **recursos comprometidos en la empresa**, excluyendo **el origen de estos**.

Factibilidad financiera

La **factibilidad financiera** de un proyecto de inversión tiene por objeto **evaluar el retorno para los inversionistas**. En esta etapa lo que interesa es determinar si **la inversión** efectuada por el inversionista, obtiene **la rentabilidad** esperada por él.

Leer más: http://www.monografias.com/trabajos99/ingenieria-economica-generalidades/ingenieria-economica-generalidades.shtml#ixzz3lLlY1AKw

- ## Conceptos básicos de la ingeniería Económica

A continuación, se encuentran los conceptos y los momentos fundamentales para un proceso de Ingeniería Económica:

1. **Importancia de le ingeniería Económica**.

- Determinar claramente el proceso para la de toma de decisiones.
- Definir claramente los conceptos que se involucrarán para la toma de decisiones.
- Referenciar problemas de ingeniería económica exitosos, que ayuden a definir con claridad nuestro proceso.

2. **Las decisiones económicas** que toman **los ingenieros** y **otros profesionales** por lo general son:
    - El resultado de la elección de **una alternativa sobre otra**. De ahí la importancia de la ingeniería económica como una herramienta para la toma de decisiones.
    - Las decisiones influyen en lo que se hará, el Marco de Referencia Temporal de la ingeniería Económica es, básicamente, **el futuro**.
3. **La Ingeniería económica** implica:

- **Formular**, **estimar** y **evaluar** los resultados económicos cuando existan alternativas disponibles para llevar acabo un propósito definido.
- Un conjunto de técnicas matemáticas que **simplifican las comparaciones económicas.**

4. Para **la definición del problema** se deben considerar los siguientes elementos:
   a. Comprensión del problema y definición del objetivo.
   b. Recopilación de información relevante.
   c. Definición de posibles soluciones alternativas y realización de estimaciones realistas.
   d. Identificación de criterios para la toma de decisiones.
   e. Evaluación de cada alternativa aplicando un análisis de sensibilidad.
   f. Elección de la mejor alternativa.
   g. Implantar la solución.
   h. Vigilar los resultados.

5. Definición de elementos importantes en la elaboración de **Proyectos de Inversión:**

- **Proyecto**: conjunto de actividades interrelacionadas, con **un inicio** y **una finalización definida**, que utiliza recursos limitados para lograr un objetivo deseado.
- **Capital**: Es **la cantidad de recursos**, **bienes** y **valores disponibles** para satisfacer **una necesidad** o llevar a cabo **una actividad definida** y generar un **beneficio económico** o **ganancia particular**.
- **Valor del dinero en el tiempo**: **Variación** de **la cantidad de dinero** en **un periodo de tiempo** dado.
- **Interés**: es la **manifestación** del **valor del dinero en el tiempo**. Está dado por:

La **diferencia** entre la **cantidad final** de dinero y la **cantidad inicial**.

- **Tasa de interés**: es el interés pagado en **la unidad de tiempo** y se expresa en **porcentaje** (**%**).
- **Periodo de interés**: **Unidad de tiempo** de la tasa de interés.
- **Tasa de rendimiento**: **Interés ganado** durante un **periodo de tiempo** y se expresa como **porcentaje** (%). También se llama **Rendimiento Sobre la Inversión (RSI)** y **Tasa de Retorno (TR)**, esto cuando se asignan **grandes cantidades de dinero** en proyectos de ingeniería.
- **Tasa mínima atractiva de rendimiento (TMAR)**: tasa razonable para la fase de elección de criterios.
- **Análisis de sensibilidad:** El que se lleva acabo para determinar cómo podría **cambiar la decisión** de acuerdo con **estimaciones variables**, en especial aquellas que **podrían variar de manera significativa**.
- **Alternativas**: Opciones **independientes** que implican
- Una **descripción verbal**, y
- Las **mejores** estimaciones de **parámetros**.

- **Costos anuales de operación (CAO) o costos de mantenimiento y operación (CMO):** Son las estimaciones de **todos los gastos anuales**.
- **Valor de salvamento:** Aquella parte del costo de un activo que se espera recuperar mediante **venta** o **permuta** del bien **al fin de su vida útil**.

6. **Flujos de efectivo:** son las **entradas** (**ingresos**) y **salidas** (**costos**) estimadas de dinero.

Entradas de Efectivo

- Ganancia de interés
- Valor de salvamento
- Reducciones de costo de operación
- Ahorros en impuestos sobre la renta

Salidas de Efectivo

- Costo de diseño
- Costo de adquisición
- Impuestos sobre la renta
- Pagos de interés

7. **Diagrama de flujo de efectivo**: es la representación **gráfica de los flujos de efectivo** durante un periodo de **tiempo determinado**.

Referenciado de: INSTITUTO NACIONAL DE FORMACIÓN TÉCNICO PROFESIONAL INFOTEP Conceptos Básicos de Ingeniería Económica Facilitador Joel S. Faneite Ross Gerencia Regional Central Centro Tecnológico 28 de noviembre 2010.

ACTIVIDAD

Se recomienda que visites e el siguiente enlace, para que realices un escrito de dos páginas y lo compartas con tus compañeros a través de un foro de discusión y luego se lo envíen al tutor para su valoración:

Enlace: La ingeniería económica y los criterios de evaluación en proyectos de inversión

domingo, 4 de marzo de 2012 Etiquetas: Alternativas de inversion, Criterios de decisión, DECISIONES, Evaluación, Flujos de Efectivo, INGENIERIA ECONOMICA, Proyectos de inversion 0 comentarios

2. VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

(Gradientes Aritmético y Geométrico y su relación con el Presente)

Los proyectos de inversión generan **flujo de efectivo** o disminuyen cierta **cantidad constante** cada periodo.

Es posible, también, que dichos proyectos generen flujos que se incrementen en cierto porcentaje constante cada periodo.

Por lo tanto, para la Ingeniería Económica se define el **GRADIENTE** como la **razón de Crecimiento Constante** en **Cantidad** o **Porcentaje.**

- Gradiente Aritmético

Se representa por **G** y se denomina Gradiente Aritmético o Gradiente Uniforme, se denomina de esta forma porque una serie de flujos de caja dada **aumenta** o **disminuye** de forma **uniforme**.

Nota 1: La cuantía del **aumento** o la **disminución** es el Gradiente.

Nota 2: Bien sea **ingreso** o **desembolso**, cambia en **la misma cantidad** cada año

Para el **Gradiente Aritmético** se da que:

- Cada pago **es igual al anterior** más **una constante**.
- Si la **constante** es **positiva** el Gradiente será **Creciente**.
- Si la **constante** es **negativa** el Gradiente será **Decreciente.**
- Si la **constante** es **igual a Cero**, todos los pagos serán **iguales** y la serie se convertiría en una **Anualidad**.

Nota: En un Gradiente todos los pagos son diferentes, por lo tanto, se da la necesidad de diferenciar un pago del otro para el efecto se procederá de la siguiente manera:

Los pagos se representarán de la siguiente forma:

Sean $\boldsymbol{R_n}$ los $\boldsymbol{n}$ pagos a realizar y $\boldsymbol{L}$ la constante determinada, se tiene entonces que:

Primer pago: $\boldsymbol{R_1}$

Segundo pago: $\boldsymbol{R_2 = R_1 + L}$

Tercer pago: $\boldsymbol{R_3 = R_2 + L = R_1 + 2L}$

Cuarto pago: $R_4 = R_3 + L$ Pero $R_3 = R_1 + 2L$ entonces:

$$R_4 = R_1 + 3L$$

Pago enésimo (R_n) está dado por:

$$R_n = R_{n-1} + L = R_1 + (n-1) * L$$

Por lo tanto, el último término está dado por:

$$R_n = R_1 + (n-1) * L$$

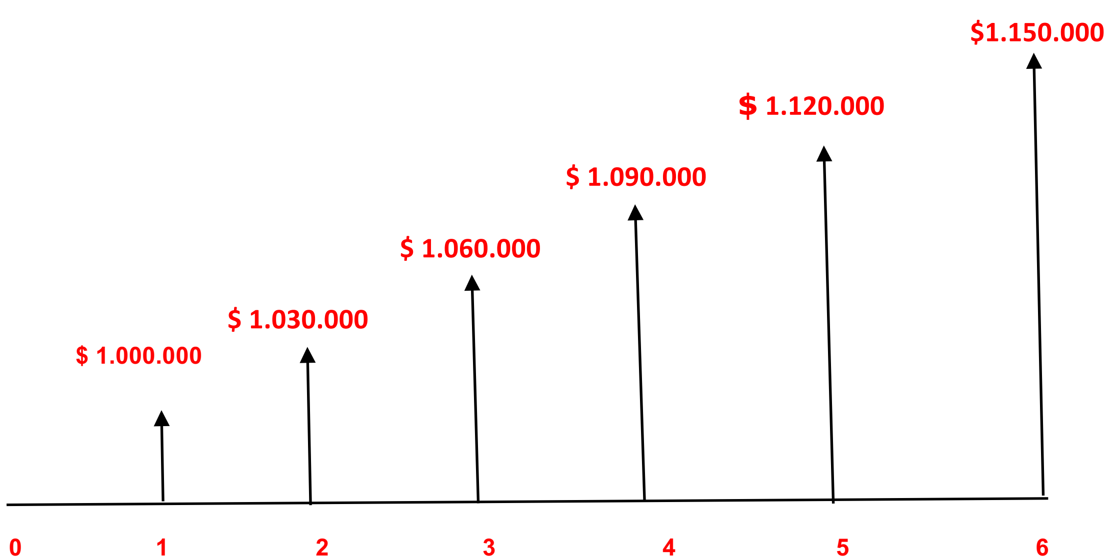
4.6.1 EJERCICIO DE APRENDIZAJE

1. Realizar la gráfica de un Gradiente Aritmético de 6 pagos con primera cuota de $1.000.000 y

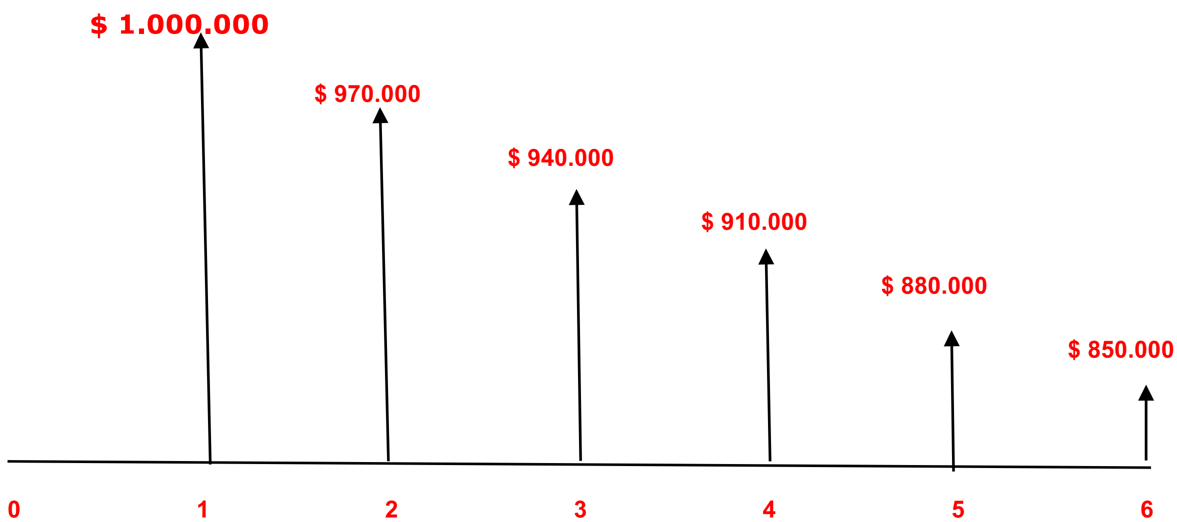
   a. Crecimiento de $30.000, y
   b. Decreciente en $30.000

- **Gráficamente:**

a. Crecimiento de $ 30.000



b. Decrecimiento $ 30.000

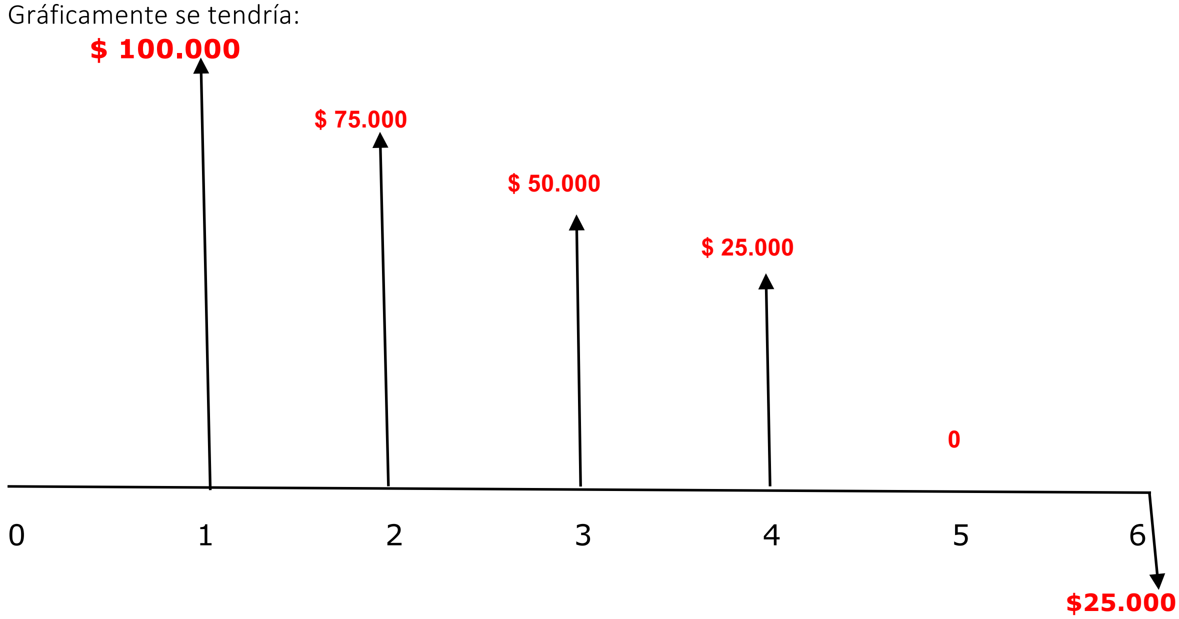


Nota: El valor del Gradiente puede ser **positivo** o **Negativo**. Cuando se pasa la línea de tiempo el valor sería negativo éste se indica colocándolo debajo de dicha línea.

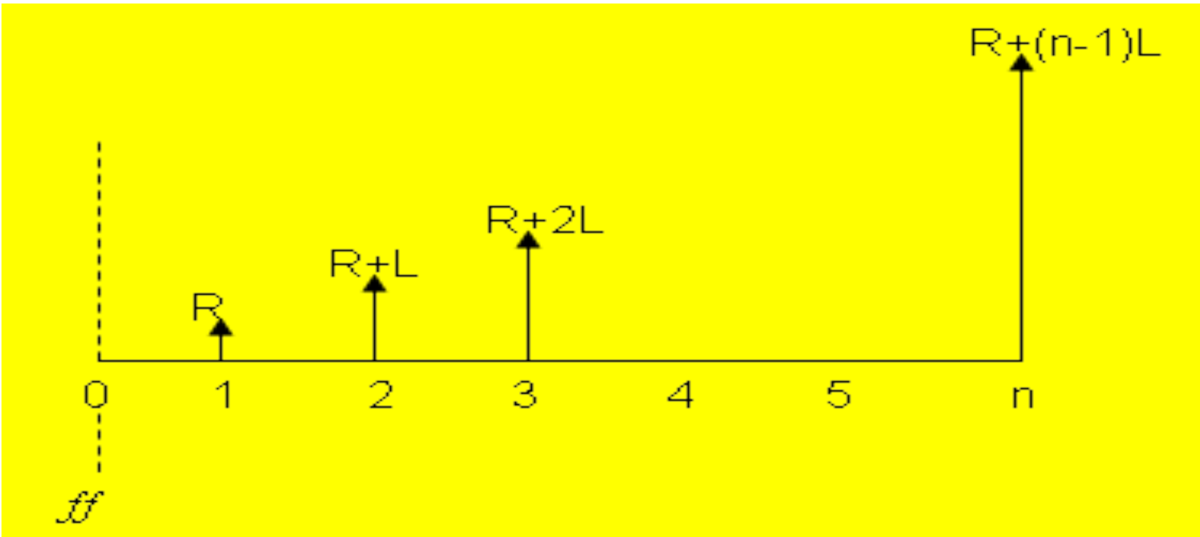
Por ejemplo:

Realizar la gráfica de un Gradiente Aritmético de 6 pagos con primera cuota de $100.000 y decreciente en $25.000.

Gráficamente se tendría:



En general, la representación gráfica estaría dada por:



FÓRMULA DEL VALOR PRESENTE

Tomada de: http://www.monografias.com/trabajos104/gradientes/gradientes.shtml#ixzz3lp7bdgzW

- Ecuación para calcular el Valor Presente en función del Gradiente Aritmético

Esta ecuación está dada por la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{V_p = G\left[\frac{1}{i}\right]\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right]\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]} ***$$

Donde:

$\boldsymbol{V_p}$: *Valor Presente*

$\boldsymbol{G}$: *Gradiente Aritmético*
$\boldsymbol{i}$: *Interés*
$\boldsymbol{n}$: *Número de Periodos*

- Ecuación para calcular el Valor Futuro en función del Gradiente Aritmético

Teniendo presente que el valor presente en función del valor futuro está dado por:

$$V_p = \frac{V_f}{(1+i)^n}$$

Reemplazando en la ecuación (***) anterior y simplificando (expresiones en color amarillo) se tiene que:

$$\frac{V_f}{(1+i)^n} = G\left[\frac{1}{i}\right]\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right]\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

$$V_f = G\left[\frac{1}{i}\right]\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right]*$$

V_f: $Valor\ Futuro$

G: $Gradiente\ Aritmético$

i: $Interés$

n: $Número\ de\ Periodos$

- Cálculo de una Anualidad (A) dado un Gradiente (G)

El Valor **Futuro** en función de una **Anualidad** está dado por:

$V_f = A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$, igualando con la ecuación * y realizando los procesos aritméticos correspondientes se tiene que:

$$A = G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

4.6.2 EJERCICIO DE APRENDIZAJE

Referenciado de: PDF]Serie de Gradiente (Geométrico y Aritmético) y su... - ClaseV

clasev.net/v2/pluginfile.php/79893/mod_resource/.../1/**gradientes**.pdf

(Cálculo de Gradiente y su ración con el valor presente y el valor futuro)

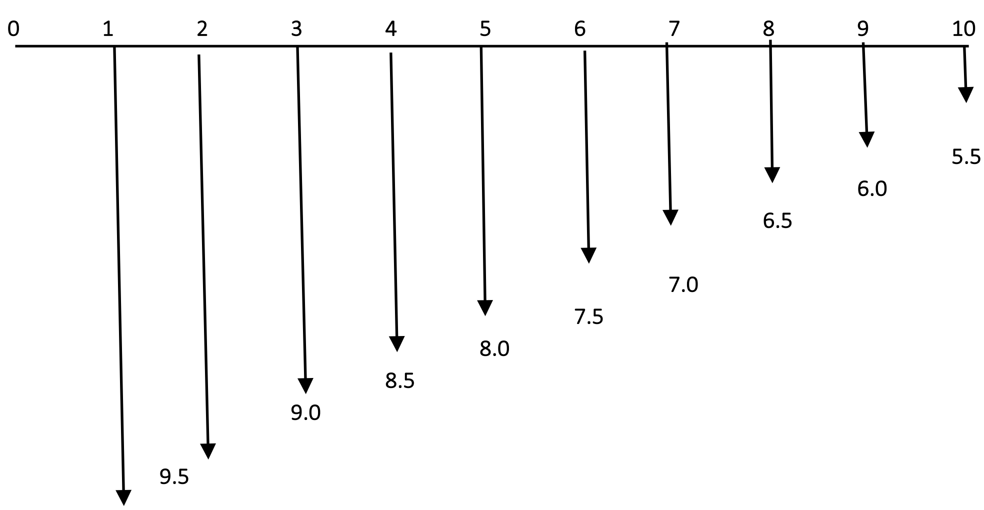
1. Una persona deposita en una cuenta de ahorros una cantidad anual que va disminuyendo a una cantidad constante de \$ 500.000 por año. La magnitud del primer depósito que se hace es de \$ 10.000.000 y el último de \$ 5.500.000. Si en la cuenta de ahorros se gana un 15% anual ¿de qué magnitud debe ser un depósito anual constante durante el mismo tiempo para que el monto acumulado sea el mismo?

Procedimiento

a. Datos del problema

$$\boldsymbol{G} = \$\ 500.000$$
$$\boldsymbol{A_1} = \$\ 10.000.000$$
$$\boldsymbol{i} = 15\%$$
$$\boldsymbol{n} = 10$$
$$\boldsymbol{A} = -A_1 + A_G$$

b. La representación de los flujos está dada por:



10

Nota: Las cifras están dadas en millones de pesos

c. Analíticamente y aplicando las fórmulas correspondientes, se tiene que:

$$\boldsymbol{A = A_1 + G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right]}$$

Reemplazando los valores conocidos:

$$\boldsymbol{A = -10.000.000 + 500.000\left[\frac{1}{0,15} - \frac{10}{(1+0,15)^{10} - 1}\right] = -8.308.400}$$

d. **Solución**: Para que el monto acumulado sea el mismo se debe realizar un depósito anual de $\boldsymbol{\$\,8.308.400}$

----

2. Se tiene un préstamo de $1.000.000 a 5 años para pagarlo en 5 cuotas que se van incrementando el 20% anual, si la tasa de interés anual es del 30%. ¿Cuál es el valor de primera y de la última cuota?

Procedimiento:

a. Para calcular la primera cuota, se tendría la siguiente expresión:

$$R_1 = 1.000.000\left[\frac{0.3 - 0.2}{1 - \left(\frac{1+0.2}{1+0.3}\right)^5}\right] = \$\,303.190$$

Solución: El valor de la primera cuota sería: $\$\,303.190$

b. Para calcular la última cuota, se tendría la siguiente expresión:

$$R_5 = 303.190\,(1+0.2)^{5-1} = \$\,628.695$$

Solución: El valor de la última cuota sería: $\$\ 628.695$

c. ¿Cuál es el saldo una vez se realiza el pago de la tercera cuota?

Tabla de datos:

$$\boldsymbol{i = 20\%}$$
$$\boldsymbol{V_p = \$1.000.000}$$
$$\boldsymbol{n = 5\ cuotas}$$
$$\boldsymbol{i = 30\%}$$
$$\boldsymbol{R_1 = \$\ 303.190}$$
$$\boldsymbol{S_3 = ¿?\ Saldo\ después\ de\ la\ tercera\ cuota}$$

Procedimiento:

Para calcular este saldo se utiliza la expresión dada por:

$$\boldsymbol{S_3 = 303.190 * (1+0.2)^3 \left[\frac{1-\left(\frac{1+0.2}{1+0.3}\right)^{5-3}}{0.3-0.2}\right] = \$775.390,23}$$

Solución: El saldo después del pago de la tercera cuota es de: $\boldsymbol{\$775.390,23}$

- Gradiente Geométrico

En determinadas ocasiones los flujos de caja cambian en porcentajes constantes para periodos consecutivos de pago en vez de aumentos constantes de dinero, denominando a este tipo de flujo de caja: **Flujos de tipo Gradiente Geométrico** o **Series en Escalera.**

Definición

Se entiende por Gradiente Geométrico a una serie de pagos donde cada pago realizado o a realizar es igual al anterior, pero multiplicado por una constante determinada por 1+G

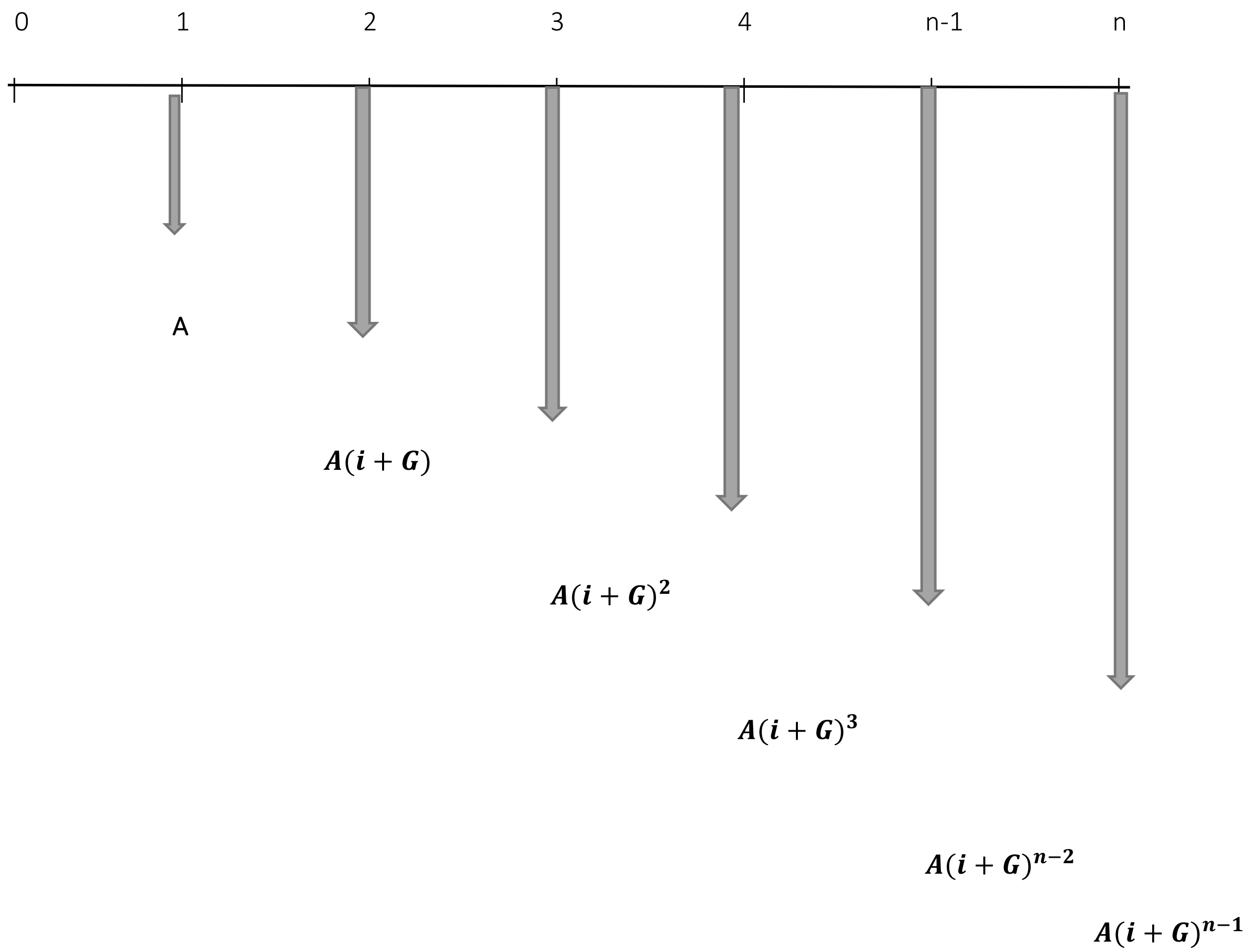
Nota 1: Si **G es positivo** el gradiente será **creciente**.

Nota 2: Si **G es negativo** el gradiente será **decreciente**.

Nota 3: Si **G = 0** el gradiente se convierte en una **anualidad**.

Nota 4: A los **porcentajes constantes** es lo que se llama **Gradiente Geométrico**

Gráficamente se representaría, en forma general, de la siguiente maner



- Ecuaciones para Gradiente Geométrico

Leer más: http://www.monografias.com/trabajos104/gradientes/gradientes.shtml#ixzz3lp7bdgzW

Para este tipo de Gradiente, los pagos están determinados de la siguiente forma:

- Primer Pago: $\boldsymbol{R_1}$

- El segundo pago: $\boldsymbol{R_2 = R_1(1+G)}$
- El tercer pago: $\boldsymbol{R_3 = R_2(1+G) = 2R_1(1+G)}$
- El último pago (pago enésimo):

$$\boldsymbol{R_n = R_{n-1}(1+G) = R_1(n-1)(1+G)}$$

Tomando la siguiente ecuación y realizando las diferentes transformaciones sobre ella se obtendrán las ecuaciones para determinar el Valor Presente y el Valor Futuro en función del Gradiente Geométrico:

- Valor Presente para el gradiente Geométrico

$$\boldsymbol{V_p = \frac{R[(1+G)^n(1+i)^{-n}-1]}{(1+i)[(1+G)(1+i)^{-1}-1]} = \frac{R[(1+G)^n(1+i)^{-n}-1]}{[(1+G)-(1+i)}}$$

Entonces, simplificando en el denominador, se tiene que:

$$\boldsymbol{V_p = \frac{R[(1+G)^n(1+i)^{-n}-1]}{G-i} \; si\; G \neq i}$$

Obteniendo, después de las transformaciones realizadas la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{V_p = R[n(1+i)^n(1+i)^{-n}] \rightarrow V_p = \frac{R(n)}{1+i}}$$

Nota: **Cuando** $\boldsymbol{G = i}$ se presenta una indeterminación, que puede ser removida usando la regla de L'opital y derivando con respecto a $\boldsymbol{i}$, esto es:

$$\boldsymbol{V_p = \frac{R(n)}{1+i} \; si\; G = i}$$

- Valor Futuro para el gradiente Geométrico

Para calcular el Valor Futuro $\boldsymbol{V_f}$ de esta serie Gradiente se multiplica a ambos lados de la ecuación del Valor Presente por el factor $\boldsymbol{(1+i)*n}$, que convierte un pago único presente, $\boldsymbol{V_p}$, en un pago único futuro, $\boldsymbol{V_f}$, equivalente, esto es:

$$V_f = R_1\left[\frac{(1+i)^n - 1 + G)^n}{i - G}\right], cuando\ i \neq$$

Si se tiene que $\boldsymbol{i = G \rightarrow V_f = \frac{R_1}{1+i} \times n \times (1+i)^n}$ o lo que es lo mismo:

$$\boldsymbol{V_f = R_1 \times n \times (1+i)^{n-1}}$$

Como $\boldsymbol{i = G}$

$$\boldsymbol{V_f = R_1 \times n \times (1+G)^{n-1}}$$

Nota: Cuando se da el siguiente límite:

$$\boldsymbol{V_p = \frac{R}{G - i)} \lim_{n \to \infty} (\frac{1+g}{1+i})^n - 1}$$

Es de suma importancia analizar el término dado por:

$$\boldsymbol{(\frac{1+G}{1+i})^n}$$

Se tienen dos situaciones, que se deben definir claramente:

Cuando $\boldsymbol{G > i}$:

El numerador se vuelve mayor que el denominador, esto implica que la fracción se hace mayor que 1, por lo tanto al evaluar el límite éste tiende a infinito, hablando matemáticamente; pero si $\boldsymbol{G}$ es el porcentaje de incremento e $\boldsymbol{i}$ es la tasa de interés, se daría que si: $\boldsymbol{G > i}$ sería necesario un presente infinito para lograr, en teoría, incrementos en el pago mayores que el rendimiento de la inversión a la tasa $\boldsymbol{i}$.

Cuando $\boldsymbol{G < i}$:

El numerador se hace menor que el denominador, la fracción por tanto será menor que 1 y, por lo tanto, elevado a la potencia $\boldsymbol{n}$ tendería a 0, matemáticamente hablando; sin embargo, analizando que G es el porcentaje de incremento y que $\boldsymbol{i}$ es la tasa de interés, se observa que si $\boldsymbol{G < i}$ es posible con los rendimientos de la inversión P (Valor Presente) a la tasa i efectuar pagos que se incrementan en un porcentaje G. Ahora bien si G es menor que i se tiene que:

$$V_p = \frac{R}{G - i)} \times (0 - 1) = -\frac{R}{(G - I)}$$

Multiplicando por el signo menos indicado en la expresión se tiene:

$$V_p = \frac{R}{(I - G)}$$

Cuando $\boldsymbol{G = i}$:

En este caso debe evaluarse el presente con la expresión

$$\boldsymbol{V_p = \frac{R \times n}{1 + i}}$$

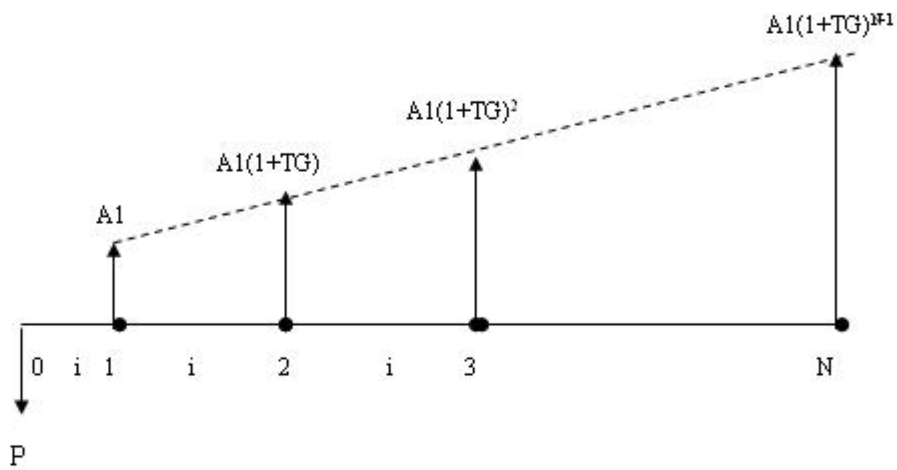
Donde es fácil notar que cuando $\boldsymbol{n}$ tiende a infinito el valor presente también será infinito.

Nota: Solo será posible determinar el valor presente de un gradiente geométrico infinito cuando G (el porcentaje de incremento) sea menor que i (la tasa de interés a la cual se realiza la inversión).

A continuación, encontrarás do gráficos que te ayudarán a comprender, en forma clara, el concepto de Gradiente Geométrico (tanto en forma Creciente como Decreciente):

- Crecientes: Forma general:

La serie **gradiente uniforme geométrica** es un sistema de amortización equivalente, donde las cuotas se incrementan **sucesivamente** en un porcentaje determinado.



TG= Valor del gradiente geométrico, es la variación en porcentaje entre dos cuotas sucesivas (se puede representar por **G** únicamente).

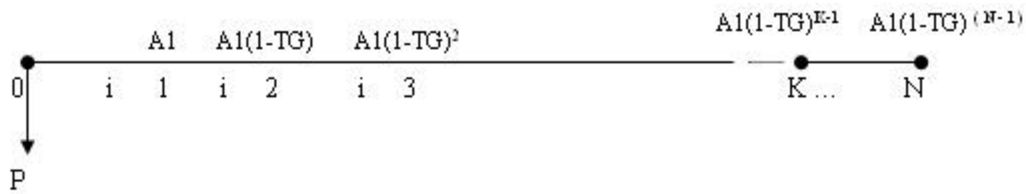
- ## Decrecientes: Forma general

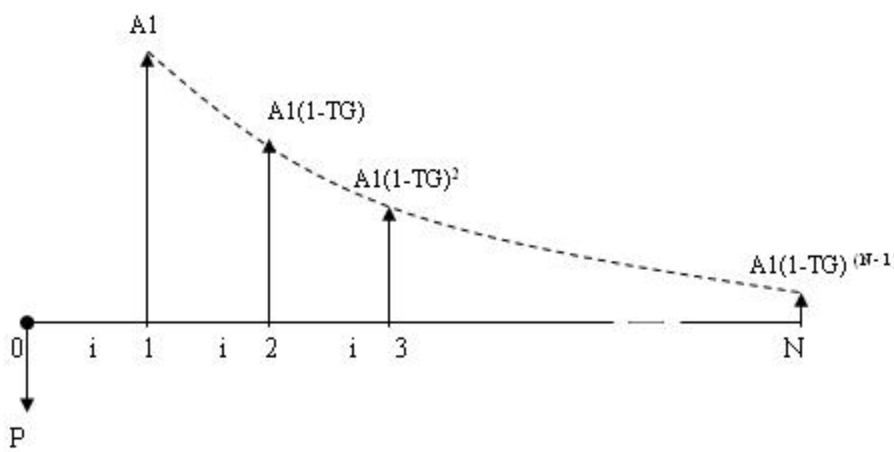
Esta serie se caracteriza por iniciar pagando cuotas **más altas** (más altas que las cuotas de la **serie uniforme**) que van **disminuyendo** en un porcentaje de valor **G**, valor del **gradiente porcentual**. El monto de los **intereses pagados** es **proporcionalmente bajo**, porque **la amortización** a capital se realiza **rápido**.

Nota: Las ecuaciones de la serie gradiente creciente se aplican análogamente, la diferencia radica en el sentido del signo del valor gradiente G:

- Cuando el gradiente es creciente G es positivo, y
- Cuando el gradiente es decreciente G es negativo.

Este **gradiente decreciente** se representa, en forma general, de la siguiente manera:





Tomado de Uniformes Geométricas Crecientes y decrecientes – SEDE...
www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4010045/.../SGUG.htm

4.6.3 EJERCICIOS DE APRENDIZAJE

Problemas referenciados de: http://www.monografias.com/trabajos29/6-llaves-maestras-matematicas-financieras/6-llaves-maestras-matematicas-financieras.shtml#ixzz3mUlU0xiO

1. Se desea conocer cuánto se debe depositar en un banco que paga el 18% de interés, para solventar por tiempo indefinido los gastos anuales de mantenimiento de la carretera de acceso a la finca, estimados en $1.000.000 para el primer año y que aumenta en $ 200.000 cada año.

Procedimiento:

Tabla de Datos

$$\boldsymbol{i = 20\% = 0.18}$$

$$\boldsymbol{C = \$500.000}$$

$$\boldsymbol{G = 150.000}$$

$$\boldsymbol{V_A = ¿?}$$

Se debe calcular el valor hoy, para sufragar el gasto a tiempo indefinido para el mantenimiento de la carretera, esto se da aplicando la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{V_A = \frac{1.000.000}{0.18} + \frac{200.000}{(0.18)^2} \rightarrow V_A = 11.728.396}$$

El monto que se debe depositar el día de hoy es de $\boldsymbol{\$\,11.728.396}$

2. ¿Cuál es el valor actual de un crédito al al 3?5% mensual que debe pagarse en 12 cuotas de $600.000 cada una, si cada cuatro meses aumentan en 6%?

Procedimiento:

Tabla de Datos

$$\boldsymbol{i = 3,5\% = 0.035}$$

$$\boldsymbol{Cuota = \$600.000}$$

$$\boldsymbol{n = \frac{12}{3} = 4}$$

$$\boldsymbol{G = 0,06}$$

$$\boldsymbol{V_A = ¿?}$$

Nota: El crédito es pagado en 12 cuotas anticipadas, las cuales cada cuatro meses tienen un incremento del 6%, generando los siguientes flujos:

$$C_{1\ldots3} = 600.000$$
$$C_{5\ldots8} = (600.000 * 1.06) = 636.000$$

$$C_{9\ldots12} = (636.000 * 1.06) = 674.160$$

De lo anterior, tenemos lo siguiente:

En la primera serie es un caso de series uniformes a valor actual.

Las dos últimas series corresponden a gradientes geométricos.

Por lo tanto, para obtener el valor pedido en la operación financiera se deben combinar las correspondientes fórmulas, esto es:

$$\boldsymbol{V_A = 600.000 * \left(\frac{1{,}035^4-1}{0{,}035*1{,}035^4}\right) + \frac{600.000\left(\frac{1{,}06^4}{1{,}035^4}-1\right)}{0{,}06-0{,}035} +}$$

$$\boldsymbol{\frac{636.000\left(\frac{1,06^4}{1,035^4}-1\right)}{0,06-0,035} = 7.156.540}$$

$$\boldsymbol{2.203.850 + 2404.220 + 2.587.470 = \$\,7.156.540}$$

Como se trata de cuotas anticipadas o prepagables el $\boldsymbol{V_A}$ obtenido se multiplica por $\boldsymbol{(1+i)}$, entonces:

$$\boldsymbol{V_A = 7.156.540 * 1.035 = \$\,7.407.010}$$

Solución: El valor actual del crédito prepagable es de $\boldsymbol{\$\,7.407.010}$

3. 10 empleados de una empresa recién ingresados a la misma piensan asociarse y crear un fondo de ahorros mensuales de tal forma que al llegar a sus 5 años de trabajo en dicha empresa posean un capital de $10'000.000 con el propósito de iniciar sus propios proyectos de emprendimiento en construir su propia empresa. Sus ingresos les permiten incrementar el ahorro mensual en un 2% y la entidad bancaria les ofrece un interés mensual del 2.5%. ¿Cuánto deberá ser el ahorro mensual inicial de cada uno de los empleados?

Procedimiento:

$$\boldsymbol{V_F = \$\,100.000.000}$$

$$\boldsymbol{G = 2\%\ mensual}$$

$$\boldsymbol{i = 2.5\%\ mensual}$$

$$\boldsymbol{n = 60\ meses}$$

$$\boldsymbol{V_A = ¿?}$$

Para resolver este problema se utilizará la expresión determinada por:

$$\boldsymbol{V_A = 100.000.000\left[\frac{(0,025 - 0,02)}{(1+0,025)^{60} - (1+0,02)^{60}}\right] \rightarrow}$$

$$\boldsymbol{V_A = \$\ 446.428,57}$$

Por lo tanto la **cuota individual** que debe aportar cada uno de los 10 socios está dada por:

$$\boldsymbol{\frac{V_A}{10} = \frac{\$\ 446.428{,}57}{10} = \$\ 44.642,86}$$

4. A continuación, encontrarás un problema de Gradientes montado en Excel para que lo analices y trates de utilizar este procedimiento como una solución práctica en tus procedimientos:

TOMADO DE: CAPÍTULO XII DEL TEXTO:
MANUAL DE MATEMÁTICA FINANCIERA; CARLOS ALIAGA

"Anualidades con Gradientes Aritméticas y Geométricas"

Para un proyecto que tiene una vida útil de 10 años se ha estimado que el primer flujo de caja anual sea de S/. 10,000.00 y los siguientes flujos anuales experimentarán una razón de crecimiento geométrico de 1.15. Calcular el valor presente de estos flujos de caja considerando que el costo de oportunidad del capital es del 15%.

n	periodos de actualización	rentas con gradiente	valor presente	carga de datos tasa de interés
0				15%
1	1	10.000,00	8695,65	
2	2	11.500,00	8695,65	gradiente (G)

3	3	13.225,00	8695,65	15%
4	4	15.208,75	8695,65	
5	5	17.490,06	8695,65	cuota base (R)
6	6	20.113,57	8695,65	10.000,00
7	7	23.130,61	8695,65	
8	8	26.600,20	8695,65	
9	9	30.590,23	8695,65	
10	10	35.178,76	8695,65	
		suma =	86.956,5217	

5 PISTAS DE APRENDIZAJE

TENGA PRESENTE: CUANDO, EN UN PROBLEMA NOS DAN EL MONTO O LA DIFERENCIA, PARA HALLAR LA BASE O EL PORCENTAJE, CONOCIDO TAMBIÉN EL TANTO POR CIENTO.

Recuerde que: La regla de interés es una operación por medio de la cual se halla la ganancia o interés que produce una suma de dinero o capital, prestado a un tanto por ciento dado y durante un tiempo determinado; También, puede decirse, que es la compensación que recibe el capital por su uso o por su cesión a otra persona. Se representa por i (interés).

Tenga presente que: Al calcular el interés, que tanto la tasa de interés como el tiempo, deben quedar reducidos a la misma base, es decir, si la tasa está dada mensualmente y el tiempo en años se deben convertir los años a meses o viceversa, para resolver problemas sin ningún contratiempo o dificultad que conlleven al error.

Recuerde que: Una operación financiera se maneja bajo el concepto de interés simple, cuando los intereses liquidados no se suman periódicamente al capital, es decir los intereses no devengan intereses.

Recuerde que: Un Diagrama Económico consiste en la representación gráfica del problema financiero, que nos permite visualizarlo y hacer una definición y un análisis correcto de las condiciones para transferir o manejar el dinero.

Recuerde que: Un diagrama económico consta de los siguientes elementos:

- Líneas de tiempo: es una línea horizontal donde se representan todos los periodos en los cuales se ha dividido el tiempo para efectos de la tasa de interés.
- Flujo de Caja: se representa con unas flechas hacia arriba y otras hacia abajo (ingresos-egresos).

Tasa de Interés.

Recuerde que;

INTERÉS COMPUESTO: Es el que produce un capital que cambia al final de cada período, debido a que los intereses se adicionan al capital, para formar un nuevo capital; es decir:

Se calcula el interés sobre el monto anterior, para formar un nuevo monto.

Recuerde que:

- La **Capitalización** es un proceso en el cual los intereses que se causan en un período se suman al capital anterior.
- **Período de Capitalización:** Período pactado para convertir el interés en capital.

Traiga a la memoria que: También se puede decir, que **el interés es compuesto**, cuando:

- Los intereses que produce el capital se suman a éste, al final de cada período de tiempo,
- Formando de este modo un nuevo capital.
- Es decir, los intereses producen nuevos intereses.

Recuerde que:

d. Las Características de la **Tasa Nominal** son:

- Siempre será una tasa de interés anual,
- Se puede dividir por la frecuencia de capitalización para obtener la tasa periódica, o sea la que se liquida en cada período del año.
- Sólo sirve para saber que tasa de interés periódico se va a liquidar.

e. Las Características de la **Tasa de Interés Efectiva** son:

- Toda tasa de interés periódica es efectiva.
- •No se puede dividir.
- •Se mide dentro de un periodo de un año.
- •Puede ser periódica o tasa de interés efectiva anual.

Si no se especifica que la tasa de interés es efectiva, se debe suponer que es una tasa de interés nominal y que partiendo de ésta se llegará a una efectiva.

- **Recuerde como se dan los periodos:**
-

PERIODO	VENCIDO	LECTURA	ANTICIPADO	LECTURA
MES	MV	Mes Vencido	MA	Mes Anticipado
BIMESTRE	BV	Bimestre Vencido	BA	Bimestre Anticipado
TRIMESTRE	TV	Trimestre Vencido	TA	Trimestre Anticipado
SEMESTRE	SV	Semestre Vencido	SA	Semestre Anticipado
AÑO	AV	Año Vencido	AA	Año Anticipado

- **Recuerde que:** Si **la tasa es capitalizable**, necesariamente se trata de una **tasa nominal**, ya que **las efectivas no se capitalizan**, sino que son las que **resultan al capitalizar las nominales**.

- **Recuerde que:** El término capitalizable tiene que ver con **los intereses causados por período** que se le **agregan al capital**. El periodo puede ser (diario-mensual-trimestral, semestral, anual).

- **Tenga presente que:** Para no tener que hallar primero **el valor futuro** de un capital, **despejar los intereses** y **dividirlo por el valor presente** y saber que **tasa de interés efectiva** se liquida, se utilizará la siguiente Expresión:

$$\% IE = [1 + IP)^n - 1] * 100$$

- **Recuerde que:**

Las Características de la **Tasa Nominal** son:

- Siempre será una tasa de interés anual,

- Se puede dividir por la frecuencia de capitalización para obtener la tasa periódica, o sea la que se liquida en cada período del año.

- Sólo sirve para saber que tasa de interés periódico se va a liquidar.

Las Características de la **Tasa de Interés Efectiva** son:

- Toda tasa de interés periódica es efectiva.
- No se puede dividir.
- Se mide dentro de un periodo de un año.
- Puede ser periódica o tasa de interés efectiva anual.

Si no se especifica que la tasa de interés es efectiva, se debe suponer que es una tasa de interés nominal y que partiendo de ésta se llegará a una efectiva.

- **Recuerde que: El** cálculo de **la tasa efectiva** a partir de **la tasa nominal anticipada**, está dada por:

$$\boldsymbol{i = \frac{i_a}{1 - i_a}}$$

Dónde: $\boldsymbol{i_a}$: $\boldsymbol{Tasa\ nominal\ anticipada}$

$\boldsymbol{i = Tasa\ vencida}$

- **Tenga presente que**: si la tasa **de interés anticipada** es **mensual**, al reemplazarla en la anterior expresión, se obtiene **la tasa de interés vencida mensual**.
- **Recuerde que**: El **principio fundamental** de una **ecuación de valor** establece que:

$$\boldsymbol{S\ deudas = S\ pagos\ (\ en\ la\ ff)}$$

$$\boldsymbol{S\ activos = S\ pasivos + Capital\ (\ en\ la\ ff)}$$

NOTAS IMPORTANTES	
NOTA 1	Si el traslado de cualquier valor (**Ingresos-Egresos**) está dado **antes de la fecha focal**, entonces se debe llevar a su **valor futuro**.
NOTA 2	Si el valor está en una **fecha posterior a la focal**, se debe trasladar a ésta por medio del

	factor del **valor presente**.
NOTA 3	Los principios expuestos anteriormente para las ecuaciones de valor son válidos cuando se plantean en **Interés Simple** y en **Interés Compuesto**; **los cambios** que ocurren son con respecto a **la aplicación de las fórmulas.**

Recuerde que:

1. Cuando el $\boldsymbol{VPN}$ es **mayor que cero** la alternativa se debe ACEPTAR.

$$\boldsymbol{VPN > 0 \rightarrow Aceptar}$$

2. Cuando el $\boldsymbol{VPN}$ es **igual a cero** es **indiferente aceptar** o **no** la alternativa.

$$\boldsymbol{VPN = 0 \rightarrow Indiferente}$$

3. Cuando el $\boldsymbol{VPN}$ es **menor que cero** la alternativa se debe **rechazar**.

$$\boldsymbol{VPN < 0 \rightarrow Rechazar}$$

Recuerde que:

Se define la **TIR** como **la tasa de interés** que hace el $\boldsymbol{VPN = 0}$, es decir, el **valor presente** de los **flujos descontados** sea **igual** a **la inversión inicial**.

Recuerde que: Cuando se habla de Ingeniería Económica, se está hablando de una **evaluación** o **valoración** de los **resultados económicos** obtenidos de las soluciones sugeridas desde la ingeniería, esto es, las decisiones que se toman y aconsejan desde su labor para lograr que una empresa sea **altamente rentable** y **competitiva** en **el mercado económico**.

Tenga presente que: La toma de decisiones basada en las comparaciones económicas de las distintas alternativas de inversión.

Recuerde que: Para que puedan aprobarse en lo económico, las resoluciones de los problemas deben impulsar **un balance positivo del rendimiento a largo plazo**, en relación con **los costos a largo plazo** y también deben promover el **bienestar** y **la conservación** de una organización, construir un cuerpo de técnicas e ideas creativas y renovadoras, **permitir la fidelidad y la comprobación de los resultados que se esperan** y **llevar una idea hasta las últimas consecuencias en fines de un buen rendimiento** (Sullivan et al., 2004, p.3).

Traiga a la memoria que: La **factibilidad económica** de un proyecto tiene que ver con los beneficios de **inversión de recursos económicos** en una **alternativa** determinada, sin importar la fuente de estos recursos.

Tenga presente que: Para **la definición del problema** se deben considerar los siguientes elementos:

a. Comprensión del problema y definición del objetivo.

b. Recopilación de información relevante.

c. Definición de posibles soluciones alternativas y realización de estimaciones realistas.

d. Identificación de criterios para la toma de decisiones.

e. Evaluación de cada alternativa aplicando un análisis de sensibilidad.

f. Elección de la mejor alternativa.

g. Implantar la solución.

h. Vigilar los resultados.

PISTAS DE APRENDIZAJE

Recuerde que: Cuando se habla de Ingeniería Económica, se está hablando de una **evaluación** o **valoración** de los **resultados económicos** obtenidos de las soluciones sugeridas desde la ingeniería, esto es, las decisiones que se toman y aconsejan desde su labor para lograr que una empresa sea **altamente rentable** y **competitiva** en **el mercado económico**.

Tenga presente que: La toma de decisiones basada en las comparaciones económicas de las distintas alternativas de inversión.

Recuerde que: Para que puedan aprobarse en lo económico, las resoluciones de los problemas deben impulsar **un balance positivo del rendimiento a largo plazo**, en relación con **los costos a largo plazo** y también deben promover el **bienestar** y **la conservación** de una organización, construir un cuerpo de técnicas e ideas creativas y renovadoras, **permitir la fidelidad y la comprobación de los resultados que se esperan** y **llevar una idea hasta las últimas consecuencias en fines de un buen rendimiento** (Sullivan et al., 2004, p.3).

Traiga a la memoria que: La **factibilidad económica** de un proyecto tiene que ver con los beneficios de **inversión de recursos económicos** en una **alternativa** determinada, sin importar la fuente de estos recursos.

Tenga presente que: Para **la definición del problema** se deben considerar los siguientes elementos:

a. Comprensión del problema y definición del objetivo.

b. Recopilación de información relevante.

c. Definición de posibles soluciones alternativas y realización de estimaciones realistas.

d. Identificación de criterios para la toma de decisiones.

e. Evaluación de cada alternativa aplicando un análisis de sensibilidad.

f. Elección de la mejor alternativa.

g. Implantar la solución.

h. Vigilar los resultados.

5.1.1 EJERCICIOS DE ENTRENAMIENTO

1. Elaborar una tabla para amortizar la suma de $100.000.000 en 4 pagos, suponiendo una tasa efectiva del 8%:

- a) Con crecimiento geométrico de la cuota en 10%
- b) Con decrecimiento geométrico de la cuota en -10%

De donde el primer pago está dado por R1 = $ 26.261.470

PER.	SALDO DEUDA	INTERESES	PAGO	AMORTIZACION
0	100.000.000	--	--	--
1				
2				
3				
4				

b) De donde se obtiene que:

PER.	SALDO DEUDA	INTERESES	PAGO	AMORTIZACION
0	100.000.000.00	--	--	--
1				

2				
3				
4				

2. Cuánto debe crecer linealmente una serie de 8 pagos, efectuados al final de cada período y cuyo primer pago es de $600.000 para que, puesta en valor presente, sea equivalente a una serie de 10 pagos que crecen geométricamente en un 25% y cuyo primer pago es de $100.000? Suponga una tasa del 2% efectivo para el período.

3. Se hacen depósitos trimestrales crecientes en un 5%, en una cuenta que paga el 5.25% efectivo trimestral, con el fin de tener disponibles $500.000.000 el primero de enero de 2011. Si el primer depósito se hace el primero de abril de 2008 y el último el primero de julio 2010, determinar el valor del primer depósito.

4. Hallar el valor presente de una serie infinita de pagos que crecen un 8%, si la tasa de interés es del 25 % y el primer pago es $300.000 (Significa que, si colocamos $3.000 al 25% podremos hacer infinito número de retiros crecientes, en un 8%, con un primer retiro de $300).

6 GLOSARIO

1. **Diagrama económico:** Consiste en la representación gráfica del problema financiero, que nos permite visualizarlo y hacer una definición y un análisis correcto de las condiciones para transferir o manejar el dinero.
2. **Tasa de Interés:** La tasa de interés (i) es la relación entre lo que recibe de interés (I) y la cantidad inicial invertida (p). Esta se expresa en forma porcentual
3. **Valor Futuro a Interés Simple:** Se dice que una operación financiera se maneja bajo el concepto de interés simple, cuando los intereses liquidados no se suman periódicamente al capital, es decir los intereses no devengan intereses.
4. **El interés compuesto** (llamado interés sobre intereses), es aquel que al final del período capitaliza los intereses causados en el periodo anterior, es decir, el capital vario al final de cada periodo porque los intereses obtenidos se le adicionan al capital obteniendo así un nuevo capital y sobre este se calculan los próximos intereses.
5. **Capitalización:** Es un proceso en el cual los intereses que se causan en un período se suman al capital anterior.
6. **Valor futuro a interés compuesto:** Consiste el calcular el valor equivalente de una cantidad P (capital inicial) después de estar ganando intereses por n períodos a una tasa de interés (i).
7. **Tasa de interés efectiva:** Como su nombre lo dice es la tasa que efectivamente se está pagando (Ahorros) o que efectivamente se está cobrando (Créditos). Esto si suponemos que al final de cada período del pago de intereses, reinvertimos o prestamos el mismo capital, más los intereses que género.

7 BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez Arango Alberto. Matemáticas Financieras –McGraw Hill Tercera edición — Bogotá.2009.
- Villalobos José Luis, Lecuona Valenzuela Patricia Fernández Molina Alberto Santiago Robles Reyes Ricardo. Matemáticas financieras. Pearson Educación, 2001
- Meza Orozco Jhonny de Jesús. Matemáticas Financieras Uso de las calculadoras financieras prácticas con Excel. ECOE Ediciones. Tercera Edición.
- BACA, Guillermo. Ingeniería Económica. 7 ed., Fondo Educativa Panamericana, 2002
- García, Jaime A. Matemáticas Financieras, Tercera Edición., Prentice Hall, 1998.
- García, Oscar León. Administración Financiera. Tercera Edición. Editorial EAFIT, 1999.
- Ortiz, Alberto. Gerencia Financiera. Mc Graw Hill, 1998
- MONTOYA, Durango Leonel. Manual de Matemáticas Financieras. 10 edición. Medellín: Multigráficas, 1998. 220 p

Fuentes Digitales

- www.gerencie.com/resumen-matematica-financiera.html
- www.gerencie.com/funciones-sobre-gradientes-personalizadas-en-excel.html
- www.actualicese.com/actualidad/2008/10/16/tipos-de-credito-tasas-de-interes-y-su-normatividad/ - 82k –
- www.gestiopolis.com/dirgp/fin/matyevaluacion.htm
- www.gestiopolis.com/.../simulador-de-matematicas-financieras-y-sus-operaciones-basicas.htm
- www.gestiopolis.com/canales/financiera/articulos/24/tir1.htm
- www.gestiopolis.com/recursos5/docs/fin/seisllav
- ¿Qué es la Ingeniería Económica?
  www.fao.org/docrep/003/v8490s/v8490s02.htm
- La ingeniería económica: Generalidades - Monografias.com
  www.monografias.com › Economi
- Conceptos Básicos de Ingenieria Económica - SlideShare
  es.slideshare.net/JoeloRoss/conceptos-basicos-de-ingenieria-economica
- Qué es la ingeniería económica - ConocimientosWeb
  www.conocimientosweb.net/portal/article2494.html
- Ingeniería económica de DeGarmo
  https://books.google.com.co/books?isbn=9702605296