



CORPORACIÓN  
UNIVERSITARIA  
**REMINGTON**

**ASIGNATURA TRANSVERSAL DE LA FACULTAD DE  
CIENCIAS EMPRESARIALES  
ASIGNATURA: Matemáticas Financieras**

**CORPORACIÓN UNIVERSITARIA REMINGTON  
DIRECCIÓN PEDAGÓGICA**

Este material es propiedad de la Corporación Universitaria Remington (CUR), para los estudiantes de la CUR en todo el país.

**2011**

## CRÉDITOS

---



El módulo de estudio de la asignatura Matemáticas Financieras Asignatura Transversal es propiedad de la Corporación Universitaria Remington. Las imágenes fueron tomadas de diferentes fuentes que se relacionan en los derechos de autor y las citas en la bibliografía. El contenido del módulo está protegido por las leyes de derechos de autor que rigen al país.

Este material tiene fines educativos y no puede usarse con propósitos económicos o comerciales.

### AUTOR

---

**Manuel Hugo Sibaja**

Contador Público Docente de Matemáticas Financieras, Contabilidad Administrativa, Costos y Presupuestos y Matemáticas

[Manuel.sibaja@remington.edu.co](mailto:Manuel.sibaja@remington.edu.co) [Hugosibaja75@gmail.com](mailto:Hugosibaja75@gmail.com)

**Nota:** el autor certificó (de manera verbal o escrita) No haber incurrido en fraude científico, plagio o vicios de autoría; en caso contrario eximió de toda responsabilidad a la Corporación Universitaria Remington, y se declaró como el único responsable.

### RESPONSABLES

---

**Dr. Mauricio Sepúlveda**

Director de la Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería

**Director Pedagógico**

Octavio Toro Chica

[dirpedagogica.director@remington.edu.co](mailto:dirpedagogica.director@remington.edu.co)

**Coordinadora de Medios y Mediaciones**

Angélica Ricaurte Avendaño

[mediaciones.coordinador01@remington.edu.co](mailto:mediaciones.coordinador01@remington.edu.co)

### GRUPO DE APOYO

---

**Personal de la Unidad de Medios y Mediaciones**

EDICIÓN Y MONTAJE

Primera versión. Febrero de 2011.

Derechos Reservados



Esta obra es publicada bajo la licencia Creative Commons. Reconocimiento-No Comercial-Compartir Igual 2.5 Colombia.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>1.</b>	<b>MAPA DE LA ASIGNATURA.....</b>	<b>8</b>
<b>2.</b>	<b>FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS .....</b>	<b>9</b>
2.1.	Prueba Inicial.....	9
2.2.	Fundamentos de matemáticas.....	10
2.3.	Ejercicio del tema.....	11
2.4.	Prueba final .....	12
<b>3.</b>	<b>TASAS DE INTERÉS SIMPLE Y TASAS DE INTERÉS COMPUESTO .....</b>	<b>13</b>
3.1.	Prueba inicial.....	13
3.2.	Interés simple.....	14
3.2.1.	Las finanzas .....	14
3.2.2.	Diagrama económico .....	17
3.3.	Interés compuesto .....	19
3.4.	Ejercicios por temas .....	20
3.5.	Prueba final .....	24
<b>4.</b>	<b>TASAS DE INTERÉS Y EQUIVALENCIAS.....</b>	<b>25</b>
4.1.	Prueba inicial.....	25
4.2.	Tasas de interés y equivalencias .....	26
4.2.1.	¿Qué es tasa de interés nominal?.....	26
4.2.2.	¿Qué es tasa de interés efectiva? .....	27
4.3.	Tasas equivalentes .....	29
4.4.	Ejercicios por temas .....	29
4.5.	Prueba final .....	35
<b>5.</b>	<b>ANUALIDADES, VALOR PRESENTE NETO Y TASA DE RETORNO.....</b>	<b>36</b>
5.1.	Prueba inicial.....	36
5.2.	Anualidades.....	37
5.2.1.	Consideraciones para que una serie de pagos sea una anualidad.....	37
5.3.	Evaluación de alternativas de inversión.....	40

5.4.	Ejercicios.....	42
5.4.1.	Ejercicios sobre anualidades y amortizaciones.....	42
<b>6.</b>	<b>EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS DE INVERSIÓN .....</b>	<b>43</b>
6.1.	Prueba final .....	44
<b>7.</b>	<b>PISTAS DE APRENDIZAJE .....</b>	<b>45</b>
<b>8.</b>	<b>GLOSARIO .....</b>	<b>46</b>
<b>9.</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>47</b>
9.1.	Fuentes digitales .....	47

## 1. MAPA DE LA ASIGNATURA

### MATEMÁTICAS FINANCIERAS

#### PROPÓSITO GENERAL DEL MÓDULO

El propósito del curso es que el estudiante aprenda a analizar los diferentes modelos de Matemáticas Financieras y su aplicación en su vida académica, profesional, empresarial e investigativa.

#### OBJETIVO GENERAL

Conocer las diferentes herramientas de la matemática financieras para aplicarlos a situaciones problémicas del ámbito empresarial y financiero, siendo ésta un apoyo fundamental en la toma de decisiones.

#### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Plantear a nivel académico los conceptos básicos de matemáticas orientados a un mejor desenvolvimiento en la interpretación y en la aplicación de las fórmulas que se utilizan en las matemáticas financieras.
- Aplicar los conceptos de interés simple e interés compuesto en las diferentes operaciones financieras.
- Evaluar en forma correcta las diferentes tasas de interés y equivalencias tratadas en las actividades financieras.
- Aplicar los conceptos de anualidad, valor presente neto y la tasa interna de retorno en los diferentes planes crediticios y en la evaluación de proyectos de inversión.

#### UNIDAD 1

Conoce las diferentes operaciones básicas de matemáticas.

#### UNIDAD 2

Tiene destreza para aplicar los conceptos de interés simple e interés compuesto.

#### UNIDAD 3

Diferencia y evalúa las diferentes tasas de interés y sus equivalencias.

#### UNIDAD 4

Tiene destreza para aplicar los conceptos de anualidad, VPN y TIR.

## 2. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

### OBJETIVO GENERAL

PLANTEAR A NIVEL ACADÉMICO LOS CONCEPTOS BÁSICOS DE MATEMÁTICAS ORIENTADOS A UN MEJOR DESENVOLVIMIENTO EN LA INTERPRETACIÓN Y EN LA APLICACIÓN DE LAS FÓRMULAS QUE SE UTILIZAN EN LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS.

### OBJETIVO ESPECÍFICO

- ✚ Efectuar operaciones con potenciación, Radicación y Logaritmos

### 2.1. Prueba Inicial

A continuación encontrará una serie de enunciados con cuatro respuestas, de las cuales una sola es verdadera. Marque con una **X** la que usted considere correcta.

Dadas las siguientes definiciones, el estudiante estará en capacidad de responder a qué concepto corresponde:

1. Analizar a qué concepto corresponde la siguiente definición: \_\_\_\_\_ para multiplicar potencias de igual base.
  - a. Se coloca la misma base y se suman los exponentes
  - b. Se multiplican las bases y se coloca el mismo exponente
  - c. Se coloca la misma base y se restan los exponentes
  - d. Se suman las bases y se multiplican los exponentes
2. Analizar a qué concepto corresponde la siguiente definición: \_\_\_\_\_ qué porcentaje representa 30 mil pesos con respecto a 300.000.
  - a. 30%
  - b. 0,30%
  - c. 3%
  - d. 10%
3. Analizar a qué concepto corresponde la siguiente definición: \_\_\_\_\_ en qué porcentaje se debe incrementar un salario de \$500.000 para que se convierta en \$620.000.
  - a. 30%
  - b. 25%
  - c. 20%
  - d. 15%

4. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: \_\_\_\_\_ un vendedor gane el 10% de comisión por ventas si gano \$350.000 venta de un equipo, ¿por cuánto vendió el equipo?

- a. \$3.000.000   b. \$4.500.000   c. \$3.500.000   d. \$3.750.000

5. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: \_\_\_\_\_. Un artículo tiene un precio de venta de \$750.000 si concede un descuento del 8% ¿cuál sería el nuevo precio?.

- a. 690.000   b. 630.000   c. 670.000   d. 625.000

## 2.2. Fundamentos de Matemáticas

Se realizan las operaciones elementales y su conversión de decimal a porcentual y viceversa

### 1. Potenciación.

Es una multiplicación abreviada donde un factor se multiplica por sí mismo tantas veces lo indica el exponente. Su notación es  $a^n=b$ , donde **a** y **b** son reales y donde **n** es un entero, **a** es la base, **n** es el exponente y **b** potencia o resultado.

### 2. Radicación

Es una de las operaciones inversas de la potenciación, donde conocido el exponente y la potencia resultado se busca la base. Se expresa  $x^n=b$  que es equivalente a decir,  $x = \sqrt[n]{b}$

### 3. Logaritmación

Es una de las operaciones inversas de la potenciación, es hallar el exponente cuando se conoce la base y la potencia o resultado.  $a^x = b$ , Equivalente a decir  $x = \log_a b$ . Cuando la base a es diferente de 10 o de e hay que convertir la expresión anterior así:

$$x = \frac{\log b}{\log a}$$

## 2.3. Ejercicio del Tema

1. Expresar como potencia la siguiente expresión

a)  $a * a * a * a * a$

b)  $2^2 * 2^3 * 2^4$

2. Hallar

a.  $\sqrt[3]{27} + \sqrt[2]{9} + \sqrt[4]{16}$

b.  $\sqrt{3^2 + 4^2}$

c.  $(x + 3)^4 = 625$

Cuánto vale x=?

a.  $3^{(x+2)} = 241$

b. Cuánto vale x=?

3. Convertir a decimales la siguiente expresión.

1. 20%

2. 3%

3. 0,5%

4. 0,043%

## 2.4. Prueba Final

1. ¿Aplica el concepto de porcentaje a un problema de la vida real?
2. ¿Qué porcentaje se aplican al IVA y a la Retención en la Fuente tanto en compra como en venta de mercancías?

### ACTIVIDAD

Elabore una tabla con relacionando precio, costo y utilidad para 5 artículos diferentes, hallar el porcentaje de la utilidad con respecto al precio de venta.

### 3. TASAS DE INTERÉS SIMPLE Y TASAS DE INTERÉS COMPUESTO

#### Objetivo General

Aplicar los conceptos de interés simple e interés compuesto en las diferentes operaciones financieras.

#### Objetivos Específicos

- Establecer las diferencias entre las tasas de interés simple con respecto a la tasa de interés compuesto.
- Resolver problemas aplicando la tasa de interés simple.
- Resolver problemas aplicando la tasa de interés compuesto.

#### 3.1. Prueba Inicial

A continuación encontrará una serie de enunciados con cuatro respuestas, de las cuales una sola es verdadera. Marque con una **X** la que usted considere correcta.

Dadas las siguientes definiciones, el estudiante estará en capacidad de responder a que concepto corresponde:

1. Analizar a qué concepto corresponde la siguiente definición: \_\_\_\_\_ qué es una tasa de interés:
  - a. Recipiente donde se coloca un líquido de interés
  - b. Relación entre el interés obtenido en un período y el capital inicial invertido.
  - c. Porcentaje que representa la relación entre una porción determinada con respecto al ciento por ciento.
  - d. Diferencia entre el valor presente y valor futuro.
  
2. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: \_\_\_\_\_ Un capital.
  - a. Dinero que se invierte al inicio o final de un período
  - b. Dinero que se obtiene al final de un período
  - c. Dinero invertido al inicio de un período
  - d. Dinero que se obtiene entre la diferencia de un valor futuro y un valor presente

3. Analizar a qué concepto corresponde la siguiente definición: \_\_\_\_\_ qué es un flujo de caja.

- a. Representa los ingresos o egresos de caja.
- b. Gráfico que representa los ingresos y egresos de caja
- c. Representa solo los ingresos de caja
- d. Solo los egresos

4. Analizar a qué concepto corresponde la siguiente definición: \_\_\_\_\_ el valor del dinero en el tiempo se mide por medio de:

- a. La tasa de interés
- b. los intereses
- c. la inflación
- d. dividendos

5. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: \_\_\_\_\_. Valores ubicados en fechas diferentes se pueden sumar si y solo si

- a. Están invertidos a la misma tasa de interés.
- b. Si tienen el mismo valor
- c. Si están en la misma fecha focal (futuro o presente)
- d. Es indiferente si tienen diferente valor.

## 3.2. Interés Simple

### 3.2.1. Las Finanzas

La demanda de bienes y servicios que se realiza permanentemente, nos hace partícipes del ahorro, aunque no se hable o se trate de ello en nuestra vida cotidiana. Hoy por hoy se habla de la bolsa de valores, las acciones, los bonos, la rentabilidad, entre otros y sin quererlo se está oyendo hablar de una de las tantas maneras como las empresas se capitalizan.

La abundancia del dinero en el mercado, que lleva a que las empresas y personas demanden más, un excesivo gasto del gobierno, pueden llevar a que la demanda, en forma global se incremente. Ambos son muestras de una demanda mayor que la oferta y, por consiguiente, de un incremento generalizado en los precios, la INFLACIÓN.

Si los precios de los bienes y servicios suben (inflación) las empresas no podrán vender todo lo producido, almacenarán (stock) mercancías y despedirán trabajadores (disminuirá la demanda de mano de obra y bajará su precio- el salario) no podrán invertir en materias primas y máquinas (para que si no hay quien compre la producción, por los altos precios) y, por lo tanto, no demandarán dólares, que es lo que se necesita para traer cosas del exterior (bajará el tipo de

cambio, al bajar su demanda) y tampoco solicitarán créditos (disminuirá la demanda de dinero) a las entidades financieras, entre otros.

Si Por algún momento la tasa de interés (precio del dinero medido en porcentaje), se incrementa, lo que significa una demanda de dinero mayor que la oferta, supongamos que hace falta dinero en el mercado, las empresas se abstendrán de solicitar créditos (que los necesitan permanentemente para poder funcionar) y disminuir la producción y el empleo, habrá menos productos en el mercado (disminuirá la oferta de bienes y servicios) y subirán los precios al mismo tiempo que, como aumenta el desempleo habrán menos ingresos y hasta la situación social se deterioraría.

El dinero que hay en la economía es administrado por las instituciones financieras (bancos comerciales, corporaciones de ahorro y vivienda, corporaciones financieras, compañías de financiamiento comercial y cooperativas de grado superior). Éstas son intermediarios, es decir, están entre dos agentes: reciben, captan dinero de las empresas, de las familias, de las instituciones, ya sea porque no lo están necesitando por ahora o porque es un excedente, en este caso éstos organismos ofrecen dinero y las instituciones financieras lo demandan, lo captan; si hay una oferta y una demanda hay un precio, ese precio es el interés, el depósito sobre los depósitos que pagan las entidades financieras, por captar dinero se llama **Tasa de Interés de Captación** (0 tasa de interés pasiva).

El igual que cualquier tienda, que no se queda con los productos que le demanda a sus proveedores, las instituciones financieras también saldrán del dinero que han captado; este dinero (sólo una parte) lo va a ofrecer a otras empresas, otras familias y a otras instituciones que lo requieran; en ésta oportunidad éstos últimos organismos actúan como demandantes y las instituciones financieras como oferentes; hay otro mercado y otro precio, esta vez el precio por colocar ese dinero en la economía, lo cobran las instituciones financieras, se llama **Tasa de interés de Colocación** (o tasa de interés activa).

Las instituciones financieras también se demandan y ofrecen dinero entre ellas, el precio que cobran se conoce con el nombre de **Tasa de Interés Interbancaria**.

Es evidente que los organismos financieros no “compran huevos para vender huevos”, en consecuencia la tasa de interés de colocación será mayor que la tasa de interés de captación y su diferencia se conoce como MARGEN DE INTERMEDIACIÓN FINANCIERO. Si una corporación de ahorro y vivienda (Bancolombia, Davivienda, AV VILLAS) captan al 8% efectivo anual ósea el interés que pagan a quienes tengan cuenta allá; estarán colocando, prestando al 22%, más o menos, su margen de intermediación es del 14%.

Ya podemos hacer el ejercicio de suponer diferentes variaciones en el mercado de dinero y extender sus consecuencias a otros mercados.

### 3.2.1.1 El Interés

Cuando nosotros prestamos dinero a alguien, hay algo que debemos precisar: en qué fecha me los va a pagar.

No tiene el mismo efecto económico cancelar dentro de un mes que cancelar dentro de un año. Puesto que en nuestro sistema económico hemos aceptado la capacidad que tiene el dinero de aumentar su magnitud cuando transcurre el tiempo. Esto se debe a la existencia del interés.

#### Definiciones:

- ✚ Valor del dinero en el tiempo.
- ✚ Valor recibido o entregado por el uso del dinero a través del tiempo.
- ✚ Utilidad o ganancia que generará un capital.
- ✚ Precio que se paga por el uso del dinero que se tiene en préstamo, durante un período determinado.
- ✚ Rendimiento de una inversión.

#### Calcule el interés que produce el dinero

¿Cómo se calcula la suma que debo recibir en cada período?

La suma de dinero que recibo periódicamente como paga por el préstamo de mi dinero, resulta de multiplicar el número de unidades prestadas por la tasa de interés.

Si en préstamo es de \$1'000.000 (millón de pesos) y se decide cobrar una tasa del 2% mensual, el interés se obtiene multiplicando:

$$\$1'000.000 * 2\% = 20.000$$

Es decir, el interés que se debe pagar es de \$20.000 (veinte mil pesos mensuales).

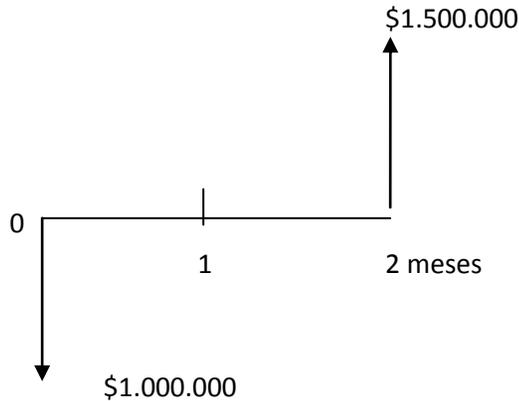
**Ejemplo:** el señor Patiño le prestó al señor Cano la suma de \$1.000, con la condición de que el señor Cano le devuelva al señor Patiño la suma de \$1.500 dos meses después.

Se puede observar:

El señor Patiño se ganó \$500 por prestarle \$1.000 al señor Cano durante dos meses. Esto indica que los intereses fueron de \$500 durante dos meses, o sea \$250 mensuales.

$$I = \$500$$

El problema planteado se puede representar en un diagrama económico:



### 3.2.2. Diagrama Económico

Consiste en la representación gráfica del problema financiero, que nos permite visualizarlo y hacer una definición y un análisis correcto de las condiciones para transferir o manejar el dinero.

El diagrama económico consta de los siguientes elementos:

1. **Líneas de tiempo:** es una línea horizontal donde se representan todos los periodos en los cuales se ha dividido el tiempo para efectos de la tasa de interés.
2. **Flujo de Caja:** se representa con unas flechas hacia arriba y otras hacia abajo (ingresos-egresos).

### 3.2.2.1 Tasa de Interés

La tasa de interés ( $i$ ) es la relación entre lo que recibe de interés ( $I$ ) y la cantidad inicial invertida ( $p$ ). Esta se expresa en forma porcentual

**Interés Simple:** valor que se obtienen al multiplicar el capital invertido por la tasa y el plazo pactado.

$$I = Pin$$

De donde  $I$  (interés),  $P$  (capital invertido),  $i$  (tasa)  $n$  (plazo).

Es necesario que la tasa ( $i$ ) y el plazo o períodos estén en la misma unidad de tiempo.

**Característica:** al calcular la tasa interés en cualquier período, el capital inicial nunca va a variar, pues los intereses no se capitalizan.

La ecuación fundamental del interés simple es:

#### Valor Futuro a Interés Simple

Se dice que una operación financiera se maneja bajo el concepto de interés simple, cuando los intereses liquidados no se suman periódicamente al capital, es decir los intereses no devengan intereses.

#### Características:

1. El capital inicial no varía durante todo el tiempo de la operación financiera, ya que los intereses no se suman al capital inicial.
2. Como consecuencia, la tasa de intereses siempre se aplicará sobre el mismo capital, es decir, sobre el capital inicial (así se retiren o no los intereses).
3. Los intereses serán siempre iguales en el mismo período

$$F = P(1 + ni)$$

(Ecuación 1)

**F:** representa valor futuro. Es decir: el capital inicial + los intereses generados en un tiempo determinado.

A través de la ecuación anterior se pueden obtener cualquier otra variable siempre y cuando se conozcan las otras tres.

$$P = \frac{F}{(1 + ni)}$$

$$i = \frac{\frac{F}{P} - 1}{n}$$

$$n = \frac{\frac{F}{P} - 1}{i}$$

### 3.3. Interés Compuesto

El interés compuesto (llamado interés sobre intereses), es aquel que al final del período capitaliza los intereses causados en el período anterior, es decir, el capital varía al final de cada período porque los intereses obtenidos se le adicionan al capital, obteniendo así un nuevo capital y sobre este se calculan los próximos intereses.

#### 1. Capitalización

Es un proceso en el cual los intereses que se causan en un período se suman al capital anterior.

#### 2. Período de Capitalización

Período pactado para convertir el interés en capital.

#### 3. Valor futuro a interés compuesto

Consiste en calcular el valor equivalente de una cantidad **P** (capital inicial) después de estar ganando intereses por **n** períodos a una tasa de interés (**i**).

$$F = P (1 + i)^n$$

A través de ella se obtienen las demás variables

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{F}{P}} - 1$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{F}{P}\right)}{\log(1+i)}$$

### 3.4. Ejercicios por temas

1. Una persona invierte hoy \$1.000 en una corporación que le reconoce el 2% mensual, si esta persona retira mensualmente los intereses y en el mes 36 retira el capital, ¿Cuál es el diagrama económico?
2. Una persona hizo un préstamo de \$5'000.000 en una corporación que cobra el 10% trimestral. Si el crédito se liquidó a un año. ¿Cuál es el diagrama económico?
3. El primero de febrero recibo un préstamo de \$300.000 de un banco comercial y me comprometo a cancelarlo con 4 cuotas cada trimestre por valor de \$90.000. ¿Cuál es el diagrama económico y cuánto pagué de intereses?
4. El primero de febrero compré maquinaria para crear mi empresa de confecciones por valor de \$15'000.000, 6 meses más tarde vendí la mercancía por valor de \$6'000.000. El primero de febrero del año siguiente vendí la mercancía al exterior por valor de \$7'000.000 y me pagaron con el siguiente plan:

Cuota inicial de \$3'000.000 y dos cuotas cada una de \$2'000.000 a recibir 30 y 60 días después de la venta.

- ✎ Calcule el número de períodos entre las fechas de compra de la maquinaria y de la venta al exterior expresado en MESES, SEMESTRES Y AÑOS.
- ✎ Calcule el número de períodos entre la primera venta de mercancía y el último pago expresado en MESES, BIMESTRES, TRIMESTRES.

5. El Banco Popular otorga un crédito de \$200.000 a 4 meses y a una tasa del 24% anual. ¿Qué interés simple se paga mensualmente? ¿Cuál es el total de los intereses?

- Despejar todas las variables.
- Calcular el valor futuro a interés simple.

6. Hoy invertimos \$1'000.000 en un certificado de depósito a término (CDT) a una tasa de interés del 3% mensual durante 6 meses, queremos saber ¿Cuánto recibió al cabo de los 6 meses? Elabore el diagrama económico.

7. ¿Qué interés producen \$50.000 en 12 meses al 2.35% mensual?

8. ¿Durante cuánto tiempo estuvo invertido un capital de \$100.000 para que al 3% produjera \$87.000 de intereses?

9. Asumamos que tenemos 3 documentos para cobrar así:

**\$500.000** para el primero de mayo de 2.0XX

**\$1'050.000** para el primero de julio de 2.0XX

**\$350.000** para el primero de agosto de 2.0XX

Y dadas nuestras necesidades de efectivo, no vemos en la obligación de entregarlos a un intermedio financiero que como producto de sus actividades obtiene rendimientos del 3.5% mensual.

La pregunta es: ¿Cuánto dinero esperamos recibir si la negociación la realizamos el primero de abril de 2.0XX?

10. ¿Cuál es el monto de \$120.000 invertidos al 30% anual durante tres años y dos meses? (R/ \$234.000)

11. ¿Cuánto se necesita depositar hoy en una corporación que reconoce el 3% mensual, para disponer de 5'000.000 al cabo de un año? (R/ \$ 3'676.470)

12. Una persona hipoteca su propiedad y mensualmente paga \$450.000 de interés, si la tasa de interés es el 3% mensual, ¿En cuánto la hipotecó?  
(R/ \$15'000.000)

13. En un préstamo de \$5'000.000 a cuatro años se pacta un interés del 15% semestral los dos primeros años y el 16,5% semestral los dos últimos años. ¿Cuánto espera de interés en los 4 años?  
(R/ \$6'300.000)

14. Una empresa tomó prestados en un banco \$30'000.000 al 18% semestral, si canceló a los 4 meses y 16 días. ¿Cuánto le liquidaron sólo de intereses? (R/ 4'080.000)
15. El 30 de junio compré un equipo de panadería por \$450.000, el cual no utilicé, mes y medio después lo vendí por \$480.000 ¿Qué tasa de interés ganaron los dineros allí involucrados? ¿Cuánto recibí por intereses?  
(R/ 4.4% mes, \$30.000)
16. Un capital de \$ C invertido durante 6 meses en forma simple y al 2.5% mensual y luego al 3% durante otros 8 meses, dio una diferencia en los dos montos de \$6.300 ¿Cuál fue el capital inicial?  
(R/ \$70.000)
17. Un capital de \$ X se convirtió en \$16.320 a los 12 meses y a una tasa mensual del 3%. ¿Qué interés produjo? (R/ I=\$4.320)
18. Cierta capital invertido al 6% trimestral simple durante dos años, alcanzó un monto de \$480.000. ¿Cuáles son sus intereses? (R/ \$155.675.67)
19. Una caja de ahorros reconoce el 5% trimestral de interés simple. Si hoy deposito \$250.000 ¿Cuánto tiempo debo esperar para retirar \$325.000? (R/ 6 trimestres)
20. ¿Qué interés producen \$500.000 en 5 meses al 2.5% mensual? (R/ 62.500)
- 21 a. Una persona recibe al final de cada mes y durante 10 meses la suma de \$150.000; al inicio de los meses 3º, 4º, 5º y 9º, debe pagar \$250.000. Elaborar el diagrama económico
- 21 b. Un televisor vale \$500.000 y lo venden en las siguientes condiciones: cuota inicial de \$150.000 y unas cuotas mensuales de \$50.000, durante un año. Elaborar el diagrama económico
22. Una persona toma un préstamo de \$1'850.930 a 15 meses y a una tasa del 3.5% mensual simple. En caso de mora el deudor debe pagar el 4% mensual. ¿Qué suma tendrá que pagar si cancela la deuda a los 2 años y 20 días? (R/ 3'533.425.37)
23. Un comerciante vende mercancías a crédito y cobra el 2% mensual simple. En abril 15 del 92 le facturó al señor Molina \$200.000, en julio 30 del 92 le despachó \$300.000 más de mercancías, en noviembre 30 del 92 se presentó el señor Molina a cancelar las dos facturas. ¿Cuánto debió pagar en total?

24. Si en las prenderías cobran el 10% mensual. ¿En cuánto tiempo se duplica un capital de \$80.000 invertidos en éste negocio? (R/  $n=10$ )
25. Un préstamo de \$450.000 a un año y tiene un interés el 2% mensual los 6 primeros meses y el 2.5% mensual los dos últimos 6 meses; todo éstos intereses serán cancelados al vencimiento de la obligación principal y no habrá intereses sobre los intereses. ¿Cuál será el total a pagar el año? (R/ 5'715.000)
26. Para el 15 de febrero dispongo de \$100.000, el 1 de abril de \$55.000 y el primero de julio de \$65.800. Si cada uno de éstos dineros los consigno en sus fechas, en una caja de ahorros que me paga el 2.5% mensual simple. ¿Cuánto dinero podré retirar el 30 de noviembre? (R/ \$263.775)
27. Deseo disponer al finalizar el año de \$675.000 para mis vacaciones. ¿Cuánto debo depositar el 1º de marzo en una entidad que reconoce el 2% mensual simple? (R/ 562.500)
28. Un contribuyente tiene una renta líquida gravable de \$33'650.000 y debe pagar \$10'969.900 de impuestos. ¿Qué tasa paga? (R/ 32.6%)
29. Se compra un lote de terreno por valor de \$9'000.000 esperando venderlo dentro de un año en \$12.000.000. ¿Cuál es la tasa de interés que le rinden los dineros allí involucrados? (R/ 2.7%)

### 3.5. Prueba Final

1. ¿Cómo define usted el concepto de interés?
2. ¿Cómo define usted el concepto de tasa de interés?
3. ¿Qué es interés simple?
4. Con un ejemplo numérico calcule los intereses y defina las características del interés simple.
5. ¿Qué es interés simple?
6. Con un ejemplo numérico calcule los intereses y defina las características del interés compuesto.

#### ACTIVIDAD

El estudiante debe elegir 3 entidades financieras y haciendo las veces de inversionista que va a invertir en un CDT de \$1.000.000, solicita la siguiente información: plazo, tasa de interés, forma de pago, (debe decir al asesor de la entidad que los intereses se reciban periódicamente y no se capitalizan) con base en lo anterior calcular los intereses de cada período y obtener según el plazo el valor futuro (F) y debe decir donde es más rentable invertir (para las 3 opciones debe ser el mismo valor a invertir y el mismo plazo).

## 4. TASAS DE INTERÉS Y EQUIVALENCIAS

### OBJETIVO GENERAL

Evaluar en forma correcta las diferentes tasas de interés y equivalencias tratadas en las actividades financieras.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✘ Convertir tasas Efectivas a Nominales.
- ✘ Convertir tasas Nominales a Efectivas.
- ✘ Realizar ejercicios de aplicación.

### 4.1. Prueba Inicial

A continuación encontrará una serie de enunciados con cinco respuestas, de las cuales una sola es verdadera.

Marque con una x la que usted considere correcta.

Dada la ecuación  $s = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ , al despejar  $a_1$  se obtiene:

a)  $\frac{s(1-r^n)}{1-r}$     b)  $\frac{s(1-r)}{1-r^n}$     c)  $\frac{s}{1-r}$     d)  $\frac{s}{1-r^n}$     e)  $\frac{r^1-1}{r-1}$

Dada la ecuación  $vf = vp(1+ip)^n$ , al despejar  $ip$  se obtiene:

a)  $n \frac{vp}{vf} - 1$     b)  $n * vf - 1$     c)  $n \frac{vf}{vp} - 1$     d)  $n * vp - 1$     e)  $\left(\frac{vf}{vp}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$

Dada la ecuación  $s = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ , al despejar  $n$  se obtiene:

a)  $\frac{a_1 + a_n}{2s}$     b)  $\frac{n}{a_1 + a_n}$     c)  $\frac{2}{a_1 + a_n}$     d)  $\frac{a_1 + a_n}{2}$     e)  $\frac{2s}{a_1 + a_n}$

Juan deposita \$151.500 en una cuenta de ahorros que reconoce el 21% anual con capitalización trimestral vencido.

Su saldo dentro de 2 años será:

a) \$228.133,71 b) \$238.143,71 c) \$133.248

d) \$258.133,71 e) \$198.133,71

La señorita Andrea posee una letra cuyo valor a su vencimiento es de \$255.000. Necesita efectivo y la vende hoy, 3 meses antes de su vencimiento a Eliana, quien cobra el 4% mensual. El valor que recibe es:

a) \$236.649,07 b) \$126.694,07 c) \$230.694,07

d) \$226.694,07 e) \$216.694,07

## 4.2. Tasas de Interés y Equivalencias

### 4.2.1. ¿Qué es Tasa de Interés Nominal?

Las instituciones financieras con fines prácticos, expresan el costo o rendimiento con tasas anuales, entonces las tasas nominales se definen como las tasas anuales, con las cuales se indica cómo y cuándo se liquida el interés, pero no corresponde a una tasa real.

La tasa nominal se acompaña de dos apelativos que identifican la frecuencia de capitalización en un año y como se liquida el interés, se distingue con la siguiente nomenclatura

	Vencido	Anticipado
<b>Mes</b>	MV	MA
<b>Bimestre</b>	BV	BA
<b>Trimestre</b>	TV	TA
<b>Semestre</b>	SV	SA
<b>Año</b>	AV	AA

**Si pacto pagar el interés al culminar el mes, se denominará vencido. Si pacto pagar el interés al inicio del mes, es decir al momento de entregar la suma prestada, se denominará anticipado. Por lo tanto la tasa que nos ocupa se presentará con la letra In, así:**

$$In = 24\% MV$$

Y se leerá así: “Veinticuatro por ciento, mes vencido”

Otra forma de expresarla sería 24% nominal con capitalización mensual vencido.

Si la tasa se conviene anticipada se escribirá así:

$$I_n = 24\% \text{ MA}$$

Y se leerá así: “Veinticuatro por ciento, mes anticipado”

Otra forma de expresarla sería 24% nominal con capitalización mensual anticipada.

**Características:**

- ✘ Siempre será una tasa de interés anual,
- ✘ Se puede dividir por la frecuencia de capitalización para obtener la tasa periódica, o sea la que se liquida en cada período del año.
- ✘ Sólo me sirve para saber que tasa de interés periódico se va a liquidar.

#### 4.2.2. ¿Qué es tasa de interés efectiva?

Como su nombre lo dice es la tasa que efectivamente se está pagando (Ahorros) o que efectivamente se está cobrando (Créditos). Esto si suponemos que al final de cada período del pago de intereses, reinvertimos o prestamos el mismo capital, más los intereses que género.

**Características:**

- ✘ Toda tasa de interés periódica es efectiva.
- ✘ No se puede dividir.
- ✘ Se mide dentro de un periodo de un año.
- ✘ Puede ser periódica o tasa de interés efectiva anual.
- ✘ Si no se especifica que la tasa de interés es efectiva, se debe suponer que en una tasa de interés nominal y que partiendo de ésta se llegará a un efectiva.

##### 4.2.2.1 Frecuencia De Capitalización (K)

Es el número de veces (períodos) que en un año se me liquidan los intereses para sumarlos al capital (reinvertirlos)

- ✘ 24% nominal anual liquidado anualmente
- ✘ Ahora hallemos el valor futuro de \$1.000 en un año

$$FV = 1.000(1 + 0.24)^1$$
$$FV = \$1.240 \quad I = \frac{240}{1.000} \quad I = 0.24 \quad I = 24\%$$

■ 24% nominal SV

Ahora hallemos el valor futuro de \$1.000 en un año

$$FV = 1.000(1 + 0.12)^2$$
$$FV = \$1.254.40 \quad I = \frac{254.40}{1.000} \quad I = 0.254 \quad I = 25.4\%$$

■ 24% TV

Ahora hallemos el valor futuro de \$1.000 en un año

$$FV = 1.000(1 + 0.06)^4$$
$$FV = \$1.262.48 \quad I = \frac{262.48}{1.000} \quad I = 0.262 \quad I = 26.2\%$$

■ 24% nominal liquidado mes vencido

Ahora hallemos el valor futuro de \$1.000 en un año

$$FV = 1.000(1 + 0.02)^{12}$$
$$FV = \$1.268.24 \quad I = \frac{268.24}{1.000} \quad I = 0.268 \quad I = 26.8\%$$

Se puede observar que:

1. Se tomó la tasa de interés nominal como frecuencia de que se liquidaría una tasa interés del 24%, pero ésta sólo me sirvió para saber qué interés periódico me liquidarían cada periodo, dependiendo de la frecuencia de capitalización.
2. A mayor frecuencia de capitalización mayor van a ser los intereses, ósea mayor va a ser la tasa de interés efectiva.
3. Partiendo de la tasa de interés nominal, hallamos la efectiva periódica y la efectiva anual.
4. Para medir la rentabilidad de una inversión o el costo de un crédito, se tomará como referencia la tasa de interés efectiva.
5. Cuando la frecuencia de capitalización es anual, la tasa de interés nominal, periódica y efectiva es igual en éste caso al 24%.

Ahora para no tener que hallar primero el valor futuro de un capital, despejar los intereses y dividirlo por el valor presente y saber que tasa de interés efectiva me liquidaron, utilizaremos la siguiente fórmula:

$$\%IE = \left[ (1 + IP)^n - 1 \right] 100$$

### 4.3. Tasas Equivalentes

Dos o más tasas son equivalentes cuando un capital invertido o liquidado, a cada una de ellas nos da el mismo lapso de tiempo el mismo valor futuro o monto, de acuerdo a lo visto anteriormente nos liquidan el mismo interés efectivo.

Nominal y periódicamente serán diferentes, pero al final del año será la misma tasa efectiva.

Entonces se podrá decir que una tasa del 2% mensual será equivalente a una tasa del 26.82% efectiva.



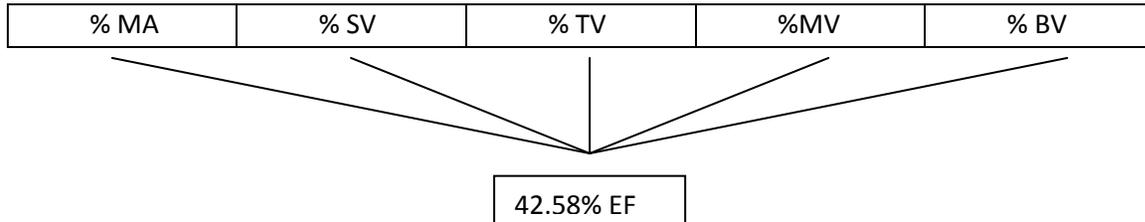
Entonces cualquier capital invertido a cada una de éstas tasas de interés nos da el mismo monto, como dijimos anteriormente debe ser en igual lapso de tiempo.

### 4.4. Ejercicios Por Temas

1. Un capital de P se invirtió al 6% semestral compuesto. Al cabo de 5 años, se convirtió en \$176.048.76. Se desea saber ¿Cuáles son sus intereses, qué tasa de interés nominal, periódica y efectiva me liquidaron? (R/ \$79.084.76)
2. ¿Qué será mejor invertir para éstos momentos?  
Una cuenta de ahorros que me paga el 24% capitalizable MV
3. Un CDT que me paga el 25% anual capitalizado cada tres meses

Dada una tasa del 33% TV, hallar la tasa efectiva.

4. Calcular la tasa efectiva anual equivalente a la tasa 38% trimestral vencido.
5. Hallar la tasa nominal liquidada MV equivalente a la tasa de 43.77% efectivo.
6. Completar el siguiente cuadro.



7. Convertir 30% TA en una tasa de interés mensual equivalente

El tema de tasas de interés comprende cuatro tipos de conversiones que se resuelven con un solo método, ellas son:

- A. Convertir tasas vencidas en otras tasas vencidas
- B. Convertir tasas vencidas en tasas anticipadas
- C. Convertir tasas anticipadas en tasas vencidas
- D. Convertir tasas anticipadas en otras tasas anticipadas

8. Determine la tasa de interés efectiva que se recibe en un depósito bancario, si la tasa nominal es del 30% y se convierte:

**(R/ 30%, 32.25%, 33.54%, 34.45%)**

- a) Anualmente
- b) Semestralmente
- c) Trimestralmente
- d) Mensualmente

9. Determina la tasa nominal que produce un rendimiento del 20% anual efectivo, si la tasa de interés se capitaliza:

**(R/ 20%, 19.08%, 18.65%, 18.37%)**

- a) Anualmente
- b) Semestralmente
- c) Trimestralmente
- d) Mensualmente

10. Determina la tasa de interés nominal capitalizable trimestralmente que resulte equivalente a una tasa del 25% anual con capitalización semestral  
**(R/ 24.26%)**

11. ¿Qué tasa nominal capitalizable mensualmente resulta equivalente a una tasa del 24% nominal anual capitalizable trimestralmente? Determine el monto acumulado de \$100.000 al cabo de un año  
**(R/ 13.83%, \$114.749.99)**

12. ¿Qué tasa de interés mensual resulta equivalente a una tasa del 25% semestral?  
**(R/ 3.789%)**

13. ¿Qué tasa de interés trimestral resulta equivalente a una tasa mensual del 2%?  
**(R/ 6.1204%)**

14. ¿Qué tasa de interés efectiva anual resulta equivalente a una tasa del 8% trimestral?  
**(R/ 36.04%)**

15. Determine una tasa anual con capitalización mensual que sea equivalente al 32.2% anual con capitalización semestral.  
Determine el monto acumulado de \$5.000 al cabo de 2 años  
**(R/ 30.2308%)**

16. ¿En qué será mejor invertir?  
 en bonos que pagan el 25% nominal anual por mes vencido  
 en CDT's que pagan el 24% nominal anual liquidado por trimestre anticipado.  
**(R/ Rentan lo mismo)**

17. Una corporación financiera paga el 33.68% efectivo anual.  
Un cliente desea que le paguen intereses por mes vencido y otro por trimestre anticipado. ¿Cuál será la tasa a liquidar a cada uno?  
**(R/ 2.448% mes vencido, 7% Trimestre anticipado)**

18. Hallar una tasa nominal anual liquidada por mes anticipado que sea equivalente al 32% nominal anual liquidado por trimestre anticipado.  
**(R/ 32.8934%)**

19. ¿Qué tasa de interés nominal anual liquidada por semestre anticipado es equivalente al 26% nominal anual liquidado por semestre vencido?  
**(R/ 23%)**

20. Una empresa necesita \$8'000.000 a tres meses. Un banco se los presta al 8.5% trimestral anticipado. ¿Cuánto le debe solicitar para que una vez deducidos los intereses le entreguen efectivamente los \$8'000.000?

**(R/ \$8'743.169.40)**

21. Una corporación financiera paga el 2.5% mensual de intereses, intereses que tienen una retención en la fuente del 7% ¿Cuál será la tasa mensual, después de dicho impuesto y cuál sería la efectiva anual?

**(R/ 2.325% mes, 31.759 año)**

22. Compruebe que el 12.36% para cierto periodo de tiempo y el 6% para dos veces ese mismo periodo, dan la misma tasa de interés.

**(R/ 12.36%)**

23. Hallar las tasas efectivas anuales equivalentes a una tasa del 25% anual con capitalización:  
**(R/ \$28.74%; 28.09%, 29.45%, 30.61%, 33.33%)**

a) Mensual      c) Trimestral    e) Anual

b) Bimestral    d) Semestral

24. Hallar la tasa de interés trimestral equivalente a una tasa de interés del 6.5% semestral.

**(R/ 3.198%)**

25. Hallar la tasa de interés efectiva anual equivalente a una tasa de interés nominal anual del 27% con capitalización mensual anticipada

**(R/ 31.40%)**

26. Hallar la tasa bimestral equivalente a una tasa de interés del 6% semestral

**(R/ 1.961%)**

27. Si la tasa de captación de una corporación es el 8% trimestral y un cliente abre un CDT a tres meses de \$10'000.000 y pide intereses mensuales. ¿Qué tasa de captación le daría y cuánto habrá que pagarle cada mes si retira los intereses?

**(R/ 2.6% mes, \$260.000)**

28. Un fondo de empleados paga el 1.5% quincenal

¿Cuál es la tasa nominal y la efectiva anual?

¿Cuál será la nominal y la efectiva mensual?

**(R/ 36% Nom, 42.95% IE, 3% Nom mes, 3.02% IE mes)**

29. Hallar la tasa efectiva anual equivalente a una tasa nominal anual del 28%

En los siguientes casos:

**(R/ 31.888%, 31.0796%, 32.7527%, 33.6805%)**

- a) Con capitalización mensual vencida
- b) Con capitalización trimestral vencida
- c) Con capitalización mensual anticipada
- d) Con capitalización trimestral anticipada

30. Hallar la tasa efectiva anual equivalente a una tasa nominal anual del 25% con capitalización anual vencida y con capitalización anual anticipada.

**(R/ 25%, 33.33%)**

31. Hallar la tasa efectiva trimestral equivalente a una tasa nominal anual del 36%

**(R/ 9%)**

32. Hallar la tasa efectiva trimestral equivalente a una tasa efectiva anual del 41.1981609%

**(R/ 9%)**

33. Hallar la tasa nominal anual con capitalización bimestral anticipada equivalente a una tasa efectiva anual del 35%.

**(R/ 29.2722%)**

34. Hallar una tasa nominal anual liquidada por trimestre vencido que sea equivalente al 30% nominal anual liquidada por semestre anticipado.

35. Determinar una tasa nominal anual liquidada por semestre anticipado que sea equivalente al 28% nominal anual liquidada por mes vencido.

36. Hallar la tasa efectiva trimestral equivalente a una tasa del 6% semestral con capitalización vencida.

37. ¿De qué capital podrá disponer una persona al cabo de 5 años, si invierte ahora \$60.000 a una tasa del 5% trimestral los dos primeros años y al 6.5% trimestral al resto del tiempo; todos pagaderos al vencimiento? ¿Qué tasa de interés periódica, nominal y efectiva me liquidaron en cada uno de los períodos?

38. Dos hermanos recibieron como herencia la misma suma. El primero invirtió la suya al 28% anual con capitalización trimestral y el segundo al 27% anual con capitalización mensual. Si a los tres años y medio el primero tenía \$195.173.20 más que el segundo.

¿A qué tasa de interés periódica, nominal y efectiva invirtió cada uno?

39. Cierta capital se invirtió a una tasa  $i$  mensual compuesta, al año el monto era de \$239.261.04 y a los tres años era de \$422.737.06. ¿Cuál es el capital y a que tasa nominal, periódica y efectiva estuvo invertido?

**(R/ \$180.000, 2.4%)**

40. Si invierto un capital de \$476.113 hoy en un fondo que capitaliza al 15% semestral, a fin de poder disponer de \$1'000.000 dentro de dos años y medio. ¿Qué tasa de interés periódico, nominal y efectivo me estarán liquidando?

## 4.5. Prueba Final

1. ¿Qué es una tasa de interés nominal? Dé un ejemplo
2. ¿Qué es una tasa de interés efectiva? Dé un ejemplo
3. ¿Qué diferencia existe entre una tasa de interés nominal y una tasa de interés efectiva?
4. ¿Qué entiende usted por periodo de capitalización de intereses?
5. ¿Qué diferencia existe entre capitalización vencida y anticipada?
6. ¿Qué es inflación?
7. ¿Qué es devaluación?
8. ¿Cómo influye la inflación y la devaluación en la rentabilidad?
9. Cite algunas causas de la inflación

### ACTIVIDAD

Usted va a invertir \$10.000.000 en un CDT y va a analizar donde es más rentable y solicitará información en 3 entidades financieras:

Plazo, tasa de interés, forma de pago, (debe decir al asesor de la entidad que los intereses se capitalicen periódicamente).

El estudiante debe solicitar la inversión a tasa fija y tasa variable, (DTF e IPC).

Con base en lo anterior se debe calcular la tasa nominal, efectiva, periódica, retención en la fuente y el valor a recibir (VF) después de impuestos.

## 5. ANUALIDADES, VALOR PRESENTE NETO Y TASA DE RETORNO

### OBJETIVO GENERAL

Aplicar los conceptos de anualidad, valor presente neto y la tasa interna de retorno en los diferentes planes crediticios y en la evaluación de proyectos de inversión.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Hallar el valor de la cuota uniforme (cuota fija) cuando se conoce el valor presente o el valor futuro, el tiempo y la tasa periódica.
- Hallar el valor del pago absoluto en una fecha determinada.
- Definir el concepto de amortización.
- Hallar el valor futuro de una serie uniforme cuando se conoce el valor de la cuota, el número de períodos y la tasa.

### 5.1. Prueba Inicial

A continuación encontrará una serie de enunciados con cuatro respuestas, de las cuales una sola es verdadera.

Marque con una x la que usted considere correcta.

1. Un vehículo cuesta \$20.000.000 si se desea comprar en las siguientes condiciones así cuota inicial 10% y 12 cuotas mensuales con un interés del 2% mensual. Hallar el valor de cada cuota:

\$1.450.000    b. \$1.853.200    c. \$1.702.072    d.\$1.653.260

2. Si deseo ahorrar mes a mes \$50.000 en una corporación que paga el 1.5% mensual. Cuánto dinero recibiré al final del mes 10.

a.    485.728    b.535.136    c.546.728    d.556.325

3. Se adquiere una deuda de \$1.000.000 plazo un año. Con una tasa del 3% mensual, con cuotas mensuales de \$100.462,08 si se han cancelado cuatro cuotas. Cuanto es valor del saldo insoluto?

a. 1.200.000    b.1.224.083,25    c.1.194.052,23    d.1.300.000

A cuánto tiempo debo esperar si quiero ahorrar mes a mes \$60.000 en una cooperativa que paga el 2% mensual y deseo retirar al final de dicho plazo \$3.000.00.

- a. 35 meses      b.34 meses      c.36 meses      d.37 meses

Respuestas:

1. c      2. b      3. c      4. a

Ahora definamos cada uno de éstos conceptos y las características de cada una de éstas tasas para su mejor comprensión.

## 5.2. Anualidades

Son los diferentes planes de pago e inversiones en cuotas fijas o constantes, de manera periódica.

### 5.2.1. Consideraciones para que una serie de pagos sea una anualidad

1. Todos los pagos deben de ser iguales.
2. Todos los pagos deben de ser periódicos.
3. Todos los pagos son llevados al principio o al final de la serie, a la misma tasa, a un valor equivalente, es decir la anualidad debe tener un valor presente equivalente o un valor futuro equivalente.
4. El número de pagos debe ser igual al número de períodos.

#### 5.2.1.1 Anualidad Vencida

Es aquella en que los pagos se hacen la final de un período.

##### 1. Valor presente de una anualidad vencida

Es el valor ubicado en el período anterior al período de la fecha del primer pago, equivalente a una serie de pagos iguales y periódicos, es decir, la suma de todos los valores presentes de todos los pagos.

$$P = \frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2} + \dots + \frac{A}{(1+i)^n}$$

$$P = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

**2. El valor dentro del corchete se llama el factor del valor presente de una serie uniforme**

**N:** es el número de pagos

**A:** Valor de cada pago

**P:** Es el valor presente de una serie de pagos iguales y periódicos

**I:** la tasa de interés.

**3. Valor de la cuota en función del valor presente**

$$A = P \left[ \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

**4. El valor entre corchetes se denomina factor de recuperación de capital.**

**5. Valor Futuro de una Anualidad Vencida**

Es un valor ubicado en la fecha del último pago, equivalente a toda la serie de pagos iguales y periódicos, es decir, es el valor que resulta de sumar todos los valores llevados al futuro.

$$F = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

**6. El valor entre corchetes se denomina cantidad compuesta de una serie uniforme.**

**7. Valor de una cuota en función del valor futuro**

$$A = F \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

El valor entre corchetes se denomina fondo de amortización.

**1. Cálculo del tiempo de negociación**

Es el número de cuotas necesarias para amortizar una obligación. Cuando se trabaja con anualidades vencidas, el tiempo de operación medido en número de períodos, algunas veces coincide con el número de pagos el cual no siempre se cumple.

$$n = \frac{\log A - \log(A - Pi)}{\log(1 + i)}$$

## 2. Anualidad Anticipada

En ésta, los pagos se hacen al principio de cada período, se puede presentar como ejemplos de anualidad anticipadas los pagos arrendamientos anticipados, las cuotas anticipadas por el financiamiento de un electrodoméstico.

## 3. Valor presente de una anualidad anticipada.

$$P = A(1 + i) \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} \right]$$

## 4. Valor futuro de una anualidad anticipada

$$F = A \left[ \frac{(1 + i)^{n+1} - (1 + i)}{i} \right]$$

## 5. Valor de una cuota en una anualidad anticipada

$$A = \frac{P}{\left[ 1 + \left[ \frac{(1 + i)^{n-1} - 1}{i(1 + i)^{n-1}} \right] \right]}$$

## 6. Cálculo del tiempo de negociación

Es el número de pagos pagaderos cada uno al principio del período y que son necesarios para amortizar una obligación, este se puede calcular en función del valor presente o del valor futuro.

En función del valor presente

$$n = \frac{\log A - \log[A - I(P - A)]}{\log(1 + i)} + 1$$

En función del valor futuro

$$n = \frac{\log \left[ \frac{Fi}{A} + (1 + i) \right]}{\log(1 + i)} - 1$$

### 5.3. Evaluación de Alternativas de Inversión

Una inversión es una asignación de recursos en el presente con el fin de obtener unos beneficios en el futuro. No solo se entiende como inversión el desembolso de dinero sino también el tiempo de que alguien dedica a la capacitación en un campo específico del saber.

Todo inversionista frente una inversión lo primero que se pregunta es: ¿Me convendrá dicha inversión? Para que esto sea una realidad es necesario recuperar la inversión inicial y obtener unos excedentes (intereses); estos deben de superar la tasa de oportunidad, este debe superar la tasa que el inversionista está acostumbrado a manejar (tasa de oportunidad del inversionista).

Existen dos métodos de aceptación universal para evaluar proyectos de inversión:

- ✚ Valor presente neto (**VPN**).
- ✚ La tasa interna de retorno (**TIR**).

Los fondos requeridos para cubrir la inversión inicial pueden provenir de diferentes fuentes:

- 1) Recursos propios.
- 2) Préstamo de terceros.
- 3) Combinación de recursos propios y préstamo de terceros.

#### 1. Valor presente neto (VPN)

Es una cifra monetaria que se obtiene al comparar el valor presente de los ingresos con el valor presente de los egresos en una misma fecha determinada.

Para que una empresa permanezca en el mercado se requiere que, éstas en un largo plazo, sean rentables y líquidas.

La ecuación para calcular el valor presente neto es:

$$VPN_{(TO)} = VPI - VPE$$

**VPN:** Valor presente neto.

**TO.** Tasa de oportunidad.

**VPI:** Valor presente de los ingresos.

**VPE:** Valor presente de los egresos.

$$VPN_{(T.O)} = -P + \frac{FNE_1}{(1+T.O)^1} + \frac{FNE_2}{(1+T.O)^2} + \dots + \frac{FNE_n}{(1+T.O)^n}$$

Donde

**P:** a la inversión inicial.

**FNE:** Flujo neto de efectivo.

**T.O.:** Tasa de oportunidad (costo de dinero).

## 2. Criterios para seleccionar alternativas de acuerdo al VPN:

1. Cuando el VPN es mayor que cero la alternativa se debe ACEPTAR.
2. Cuando es igual a cero es indiferente aceptar o no la alternativa.
3. Cuando el VPN es menor que cero se debe de rechazar.

## 3. La tasa interna de retorno (TIR)

Al analizar el **VPN** este se hace de acuerdo a una tasa de oportunidad del inversionista, esto quiere decir que para dos inversionistas a y b, para a con una tasa de oportunidad del 10% y b con una tasa de oportunidad de 15% es posible que un proyecto sea llamativo para ambos inversionistas, o solo para uno de ellos, o para ninguno.

La **TIR** es la tasa de interés que hace el  $VPN=0$ , es decir, el valor presente de los flujos descontados sea igual a la inversión inicial.

La **TIR** también se puede interpretar como la **MAXIMA TASA** de interés a la que un inversionista estaría dispuesto a obtener un préstamo, para financiar la totalidad del proyecto, pagando con los beneficios, los flujos netos de efectivo, la totalidad del capital prestado y sus intereses, sin perder un solo peso.

## 5.4. Ejercicios

### 5.4.1. Ejercicios Sobre Anualidades y Amortizaciones

1. Una empresa vende pianos con una cuota inicial de \$300.000 y 12 cuotas mensuales de \$200.000 cada una si opera a una tasa del 24% con capitalización mensual. Hallar el valor de contado.
2. Una cooperativa ofrece un préstamo de \$3.000.000 a tres años a una tasa del 26% capitalizable bimestralmente y usted puede cancelarlo por medio de cuotas mensuales iguales. Hallar el valor de cada cuota.
3. El propietario de un apartamento tiene las siguientes alternativas:
  - a. venderlo de contado por \$70.000.000
  - b. Arrendarlo, con un canon de arrendamiento de \$500.000 mes vencido durante 4 años y al final del mismo vendérselo al aquilino por \$60.000.000 si la tasa es del 36% capitalizable mensualmente. Cual decisión debe toma?

Para comprar un computador el cliente tiene las siguientes opciones:

- a. Comprar a crédito así cuota inicial de \$400.000 y 12 cuotas mensuales de \$100.000 cada una.
  - b. Comprar de contado valor \$1.500.000
4. Un vehículo tiene un valor de contado de \$40.000.000 y se adquiere financiado con el 30% de cuota inicial y el resto en 36 cuotas iguales mensuales. Calcular el valor de las cuotas si la primera se paga al final del mes 4. La tasa de financiación es del 28% capitalizable mensualmente.
    - a. Los intereses durante el periodo de gracia se cancelan mensualmente.
    - b. Los intereses no se cancelan durante el periodo de gracia.

Se pide calcular el valor a pagar en el mes 4.

## 6. EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS DE INVERSIÓN

1. Carlos compra un apartamento por \$50.000.000 y espera arrendarlo por \$1.000.000 pagaderos de forma vencida al partir del primer mes y durante 36 meses, cuando espera venderlo por \$70.000.000. Si su tasa de oportunidad es del 3% mensual. ¿Hizo un buen negocio?
2. Un electrodoméstico tiene un precio de contado de \$2.000.000 se financia en 20 cuotas mensuales anticipada de \$130.515,93. ¿Qué tasa de interés mensual cobraron por la financiación?
3. Una empresa transportadora desea adquirir una tractomula por un valor de \$200.000.000. La empresa la utilizaría durante 5 cuando espera venderla por \$120.000.000. Se esperan beneficios anuales de \$20.000.000 y unos costos de mantenimiento de \$8.000.000. Si la tasa de oportunidad de la empresa transportadora es del 15% anual. Se recomienda la compra de la tractomula.
4. El banco BBVA otorga un crédito de \$50.000.000 a una tasa del 24% anual con capitalización trimestral plazo un año. La deuda debe ser cancelada en cuatro cuotas iguales de \$12.500.000 por trimestres vencidos, más los intereses sobre saldos. El banco cada vez que recibe las cuotas trimestrales conformadas por los intereses y la cuota de amortización de la deuda, los reinvierte a una tasa del 8% trimestral calcular la TIR y la VPN si la tasa de oportunidad es del 6% trimestre vencido.
5. Se invierten un \$1.000.000 con la expectativa de recibir \$200.000 al final de cada uno de los siguientes 10 años. Calcular la VPN si la tasa de oportunidad es del 4% anual y hallar la TIR.

## 6.1. Prueba Final

1. ¿Qué es una anualidad? Dé un ejemplo de la vida cotidiana.
2. ¿Qué es una TIR? Dé un ejemplo.
3. ¿Qué diferencia existe entre la TIR y la VPN?
4. ¿Qué entiende usted por amortización?
5. ¿Qué diferencia existe entre depreciación y amortización?

### ACTIVIDAD

Consulta en el mercado los diferentes planes de financiación en la venta de electrodomésticos (tasa, valor de contado y número de cuotas) de Flamingo, al Kosto, Multicompras, Navarro Ospina y cualquier otro almacén que pertenece a tu ciudad que planes ofrece.

## 7. PISTAS DE APRENDIZAJE

**Tenga presente:** que para sumar fraccionarios se debe llevar cada fraccionario a un denominador común, que es el m.c.m. de los denominadores.

**Traer a la memoria:** La división entre cero no está definido en ningún campo numérico. Cuando en el numerador hay un número diferente de cero y en el denominador está el cero se dice que el resultado no existe; si en el numerador y en el denominador está el cero, se dice que el resultado es indefinido.

**Tener en cuenta:** Cuando se suma dos números, si los signos son iguales, se suma los números y se conserva el signo que tienen; si los signos son contrarios, se restan y se conserva el signo del número mayor.

**Tenga presente:** que para el análisis de alternativas para tomar una decisión primero se debe de llevar cada una de las alternativas a valor presente o todas a una fecha focal determinada para obtener su valor futuro y así establecer las comparaciones respectivas y escoger la mejor alternativa.

**Traer a la memoria:** que al aplicar la siguiente fórmula

$$P = A \left[ \frac{(1+I)^n - 1}{I(1+I)^n} \right]$$

No siempre trae a \$ de hoy (momento 0) el total de las anualidades porque si estas inician en una fecha diferente del mes 1, por ejemplo en el mes 6 este las traería al inicio del mes 6 y no las llevaría hasta el mes 0, debiendo aplicar

$$P = \frac{F}{(1+I)^n}$$

Al saldo anterior para queden convertida en \$ de hoy.

**Tener en cuenta:** para el análisis y solución de problemas de matemáticas financieras es recomendable realizar el diagrama de flujo de caja ya que esta representación visual del problema ayuda a un mejor entendimiento del mismo.

**Tenga presente:** al plantear una ecuación con términos semejantes; primero se reúnen los términos semejantes y luego se despeja la variable,

**Ejemplo:**

$$A) 0,328X - 0,276X = 800000 \quad B) 0,328X + 0,276X = 800000$$

$$0,052X = 800000 \quad 0,604X = 800000$$

$$X = 800000 / 0,052 \quad X = 800000 / 0,604$$

$$X = 15384615,38 \quad X = 1324503,31$$

**Traer a la memoria:** La división entre cero no está definido en ningún campo numérico. Cuando en el numerador hay un número diferente de cero y en el denominador está el cero se dice que el resultado no existe; si en el numerador y en el denominador está el cero, se dice que el resultado es indefinido.

## 8. GLOSARIO

1. **Potenciación:** Es una multiplicación abreviada donde un factor se multiplica por sí mismo tantas veces lo indica el exponente. Su notación es  $a^n=b$ , donde  $a$  y  $b$  son reales y donde  $n$  es un entero, donde  $a$  es la base,  $n$  es el exponente y  $b$  potencia o resultado.
2. **Radicación:** Es una de las operaciones inversas de la potenciación, donde conocido el exponente y la potencia resultado se busca la base. Se expresa  $x^n=b$  que es equivalente a decir.
3. **Logaritmación:** Es una de las operaciones inversas de la potenciación, es hallar el exponente cuando se conoce la base y la potencia o resultado.
4. **Diagrama económico:** Consiste en la representación gráfica del problema financiero, que nos permite visualizarlo y hacer una definición y un análisis correcto de las condiciones para transferir o manejar el dinero.
5. **Tasa de Interés:** La tasa de interés ( $i$ ) es la relación entre lo que recibe de interés ( $I$ ) y la cantidad inicial invertida ( $p$ ). Esta se expresa en forma porcentual
6. **Valor Futuro a Interés Simple:** Se dice que una operación financiera se maneja bajo el concepto de interés simple, cuando los intereses liquidados no se suman periódicamente al capital, es decir los intereses no devengan intereses.
7. **El interés compuesto** (llamado interés sobre intereses), es aquel que al final del período capitaliza los intereses causados en el periodo anterior, es decir, el capital varía al final de cada periodo porque los intereses obtenidos se le adicionan al capital obteniendo así un nuevo capital y sobre este se calculan los próximos intereses.
8. **Capitalización:** Es un proceso en el cual los intereses que se causan en un período se suman al capital anterior.
9. **Valor futuro a interés compuesto:** Consiste en calcular el valor equivalente de una cantidad  $P$  (capital inicial) después de estar ganando intereses por  $n$  períodos a una tasa de interés ( $i$ ).
10. **Tasa de interés efectiva:** Como su nombre lo dice es la tasa que efectivamente se está pagando (Ahorros) o que efectivamente se está cobrando (Créditos). Esto si suponemos que al final de cada período del pago de intereses, reinvertimos o prestamos el mismo capital, más los intereses que género.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

- ✚ Álvarez Arango Alberto. Matemáticas Financieras –McGraw Hill Tercera edición – Bogotá.2009.
- ✚ Villalobos José Luis, Lecuona Valenzuela Patricia Fernández Molina Alberto Santiago Robles Reyes Ricardo. Matemáticas financieras. Pearson Educación, 2001
- ✚ Meza Orozco Jhonny de Jesús. Matemáticas Financieras Uso de las calculadoras financieras prácticas con Excel. ECOE Ediciones. Tercera Edición.
- ✚ BACA, Guillermo. Ingeniería Económica. 7 ed., Fondo Educativa Panamericana, 2002
- ✚ García, Jaime A. Matemáticas Financieras, Tercera Edición., Prentice Hall, 1998.
- ✚ García, Oscar León. Administración Financiera. Tercera Edición. Editorial EAFIT, 1999.
- ✚ Ortiz, Alberto. Gerencia Financiera. Mc Graw Hill, 1998
- ✚ MONTOYA, Durango Leonel. Manual de Matemáticas Financieras. 10 edición. Medellín: Multigráficas, 1998. 220 p

### 9.1. Fuentes Digitales

- ✚ [www.gerencie.com/resumen-matematica-financiera.html](http://www.gerencie.com/resumen-matematica-financiera.html)
- ✚ [www.gerencie.com/funciones-sobre-gradientes-personalizadas-en-excel.html](http://www.gerencie.com/funciones-sobre-gradientes-personalizadas-en-excel.html)
- ✚ [www.actualicese.com/actualidad/2008/10/16/tipos-de-credito-tasas-de-interes-y-su-normatividad/](http://www.actualicese.com/actualidad/2008/10/16/tipos-de-credito-tasas-de-interes-y-su-normatividad/) - 82k –
- ✚ [www.gestiopolis.com/dirgp/fin/matyevaluacion.htm](http://www.gestiopolis.com/dirgp/fin/matyevaluacion.htm)
- ✚ [www.gestiopolis.com/.../simulador-de-matematicas-financieras-y-sus-operaciones-basicas.htm](http://www.gestiopolis.com/.../simulador-de-matematicas-financieras-y-sus-operaciones-basicas.htm)
- ✚ [www.gestiopolis.com/canales/financiera/articulos/24/tir1.htm](http://www.gestiopolis.com/canales/financiera/articulos/24/tir1.htm)
- ✚ [www.gestiopolis.com/recursos5/docs/fin/seisllaves.htm](http://www.gestiopolis.com/recursos5/docs/fin/seisllaves.htm)