



ESCUELA DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

ASIGNATURA: Ecuaciones Diferenciales

Unidad I

CORPORACIÓN UNIVERSITARIA REMINGTON
DIRECCIÓN PEDAGÓGICA

Este material es propiedad de la Corporación Universitaria Remington (CUR), para los estudiantes de la CUR en todo el país.

2011

CRÉDITOS



El módulo de estudio de la asignatura Ecuaciones Diferenciales unidad I es propiedad de la Corporación Universitaria Remington. Las imágenes fueron tomadas de diferentes fuentes que se relacionan en los derechos de autor y las citas en la bibliografía. El contenido del módulo está protegido por las leyes de derechos de autor que rigen al país.

Este material tiene fines educativos y no puede usarse con propósitos económicos o comerciales.

AUTOR

Carlos Guillermo Londoño Herrera Diplomado en Diseño Curricular y Herramientas significativas de Autoaprendizaje. Segundo semestre del 2008. Docente de Estadística y Matemáticas Centro de atención de tutoría virtual para el aprendizaje de la estadística en la Corporación Universitaria REMINGTON durante el año 2011
Carlos.londono@remington.edu.co
Crow43@gmail.com

Nota: el autor certificó (de manera verbal o escrita) No haber incurrido en fraude científico, plagio o vicios de autoría; en caso contrario eximió de toda responsabilidad a la Corporación Universitaria Remington, y se declaró como el único responsable.

RESPONSABLES

Director Escuela de Ciencias Básicas e Ingeniería
Dr. Mauricio Sepúlveda

Director Pedagógico
Octavio Toro Chica
dirpedagogica.director@remington.edu.co

Coordinadora de Medios y Mediaciones
Angélica Ricaurte Avendaño
mediaciones.coordinador01@remington.edu.co

GRUPO DE APOYO

Personal de la Unidad de Medios y Mediaciones
EDICIÓN Y MONTAJE
Primera versión. Febrero de 2011.

Derechos Reservados

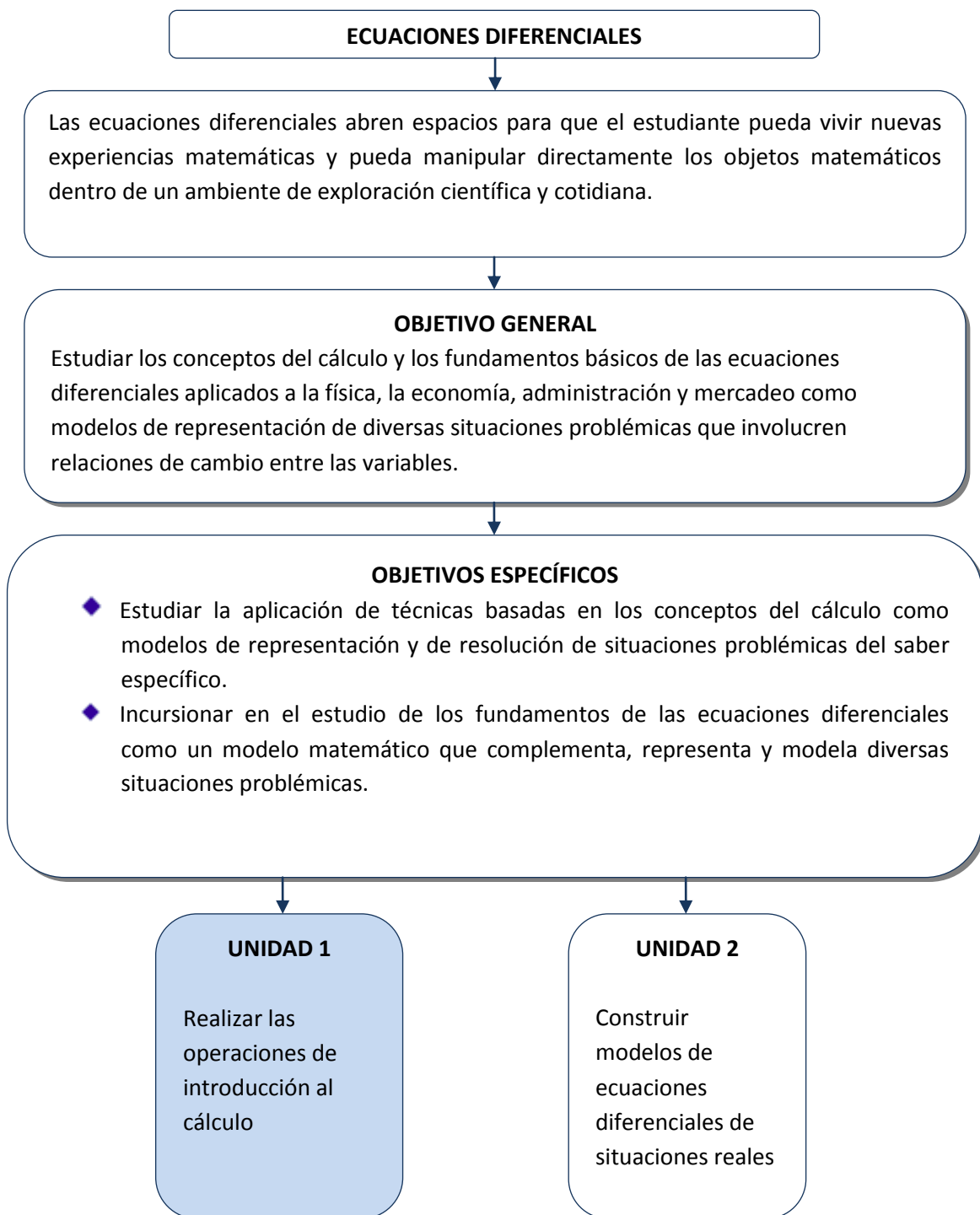


Esta obra es publicada bajo la licencia Creative Commons. Reconocimiento-No Comercial-Compartir Igual 2.5 Colombia.

TABLA DE CONTENIDO

1.	MAPA DE LA ASIGNATURA.....	4
2.	APLICACIONES DE FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS	5
2.1.	Logaritmo	6
2.2.	Diferenciación	8
2.3.	Trazado de curvas.....	12
2.3.1.	Extremos Absolutos.....	12
2.4.	Integración	15
2.5.	Relación con otros Temas	19
2.6.	Bibliografía	19
2.7.	Fuentes Digitales	21

1. MAPA DE LA ASIGNATURA



2. APLICACIONES DE FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

OBJETIVO GENERAL

Aplicar herramientas fundamentales de introducción al cálculo como son logaritmos, trazados de curva, derivación e integración.

No hay trazado de curvas en el módulo.

El objetivo específico 1 del módulo que corresponde al objetivo general de la primera unidad dice: Estudiar la aplicación de técnicas basadas en los conceptos del cálculo como modelos de representación y resolución de situaciones problémicas del saber específico.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ◆ Formular de manera sistemática un problema de derivación
- ◆ Solucionar problemas de logaritmos. (No hay ejemplos desarrollados de logaritmos, ni de problemas de logaritmos).
- ◆ Conocer en qué consiste el trazado de curvas. (No aparece en el desarrollo de contenidos).
- ◆ Identificar las herramientas y métodos de la integración.

Prueba Inicial

1. Plantee en un párrafo lo que usted entiende por cálculo diferencial e integral

Elija la respuesta correcta a la siguiente cuestión, encerrando en un círculo la letra correspondiente:

2. ¿Qué es cálculo integral?
 - a. Proceso de integración.
 - b. Proceso de Antiderivación.
 - c. Cálculo de aérea.
 - d. Es un proceso matemático que estudia la integración y la antiderivación.

3. Intente una explicación clara y concisa, sobre: ¿Qué es un logaritmo?

4. En la columna A encontrara términos de los métodos gráficos y los métodos simples; en la columna B encontrará conceptos. Coloque en el paréntesis de A la letra de B que le corresponda

TERMINOS	CONCEPTOS
() Variable independiente	
() Parámetro	a. Como función matemática, es una cantidad a la cual el operador puede asignarle un valor arbitrario, se distingue de variable, la cual puede tomar sólo aquellos valores que haga la función posible
() Calculo diferencial	b. Son todos aquellos factores o elementos que explican un fenómeno o la conducta del fenómeno. c. Estudio de cómo cambian las funciones cuando cambian las variables d. Procedimiento matemático para analizar la información de un dato.

2.1. Logaritmo

Es la función inversa de la exponenciación. Con la utilización de los logaritmos, los proceso de multiplicación, división y elevación de potencias y extracción de las raíces entre los números reales se simplifica notablemente.

Propiedades de los logaritmos.

- ◆ No existe el logaritmo con una base negativa.
- ◆ No existe el logaritmo de un número negativo
- ◆ No existe el logaritmo de cero
- ◆ El logaritmo de 1 es igual a cero
- ◆ $\log_a 1 = 0$

El logaritmo en base a de a es uno

$$\log_a a = 1$$

El logaritmo en base a de una potencia en base a es igual al exponente

$$\log_a a^n = n$$

- ◆ El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

- ◆ El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo el divisor

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

- ◆ El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo de a base.

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

- ◆ El logaritmo de una raíz es igual al cociente entre el logaritmo del radicando y el índice de la raíz.

$$\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$$

- ◆ Cambio de base:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Ejercicios del Tema 1 – Logaritmos

Aplicando las propiedades de los logaritmos, realice las operaciones indicadas a continuación:

1. $\log_2 40 =$
2. $\log_2 45 =$
3. $\log_2 45 - \log_4 15 =$
4. $\log_2 12^4$
5. $\log_3 \frac{15}{21} =$
6. $\log 25 =$
7. $\log_2 25 - \log_2 32 =$
8. $\log_2 15 - \log_2 11 =$
9. $\log_2 35 + \log_2 19 =$
10. $\log_2 23 + \log_2 9 =$

11. $2\log_2 12 + 7\log_2 9 =$
12. $6\log_2 18 + 9\log_2 21 =$
13. $16\log_2 21 + 8\log_2 22 =$
14. $\log_2 \frac{10}{12} =$
15. $\log_2 \frac{21}{25} =$

2.2. Diferenciación

Calculo Diferencial es una de las ramas de las matemáticas que estudian cómo cambian las funciones cuando las variables cambian.

Diferenciación es utilizada para determinar el cambio que se efectúa como resultado de una modificación de una variable, si esta se encuentra en una relación matemática entre dos objetos.

Derivación: La derivada es una función y está puede ser diferenciable, se habla de una segunda de deriva cuando está se puede llegar a derivar por segunda vez, y así sucesivamente.

mx.answers.yahoo.com.Cálculo Diferencial e Integral

Notación Para derivar una función se deriva colocando a la función una comilla.

Ejemplo:

$$F(X) = 8X^3 + 16X^2 + 12X - 10$$

$$F'(X) = 24X^2 + 32X + 12$$

Para derivar se le resta un unidad al exponente y la expresión del exponente baja para ser multiplicada por el coeficiente.

Puntos críticos:

Es un punto donde no se encuentra derivada o un punto extremo a ó b del dominio de la definición de la función.

Si la segunda deriva tiene un valor positivo se denomina mínimo local; y es negativo es un máximo local; si toma un valor de cero es un punto de inflexión. Estos pueden ser utilizados en optimización.

Derivadas especiales

1. $F(X) = E^X$ su derivada es $F'(X) = E^X$
2. $F(X) = \ln X$ su derivada es $F'(X) = 1/X$

Funciones Trigonómicas

3. $F(X) = \text{SEN} X$ su derivada es $F'(X) = \text{COS} X$
4. $F(X) = \text{COS} X$ su derivada es $F'(X) = -\text{SEN} X$
5. $F(X) = \text{TAN} X$ su derivada es $F'(X) = \text{SEC}^2 X$
6. $F(X) = \text{CSC} X$ su derivada es $F'(X) = -\text{CSC} X \text{ COT} X$
7. $F(X) = \text{SEC} X$ su derivada es $F'(X) = \text{SEC} X \text{ TAN} X$

Hay muchas definiciones matemáticas, utilice el pie de página con más frecuencia a lo largo del desarrollo del módulo.

$F(X) = \text{COT} X$ su derivada es $F'(X) = -\text{CSC}^2 X$

FISICA

1. La velocidad es la derivada, con respecto al tiempo, de la posición de un objeto.

$$V(T) = dx / dt$$

1. La aceleración es la derivada, con respecto al tiempo, de la velocidad de un objeto.

$$A(T) = dv / dt$$

2. La Sobreaceleración es la derivada, con respecto al tiempo, de la aceleración de un objeto.

$$S(T) = da / dt$$

Reglas de la derivada

1. Derivada de la Linealidad

$$(aF(x) + bG(x))' = aF'(x) + bG'(x)$$

2. Derivada de la potencia

$$F(x) = x^n \text{ su derivada es } F'(x) = nx^{n-1}$$

3. Derivada del producto

$$(FG)' = F'G + FG'$$

4. Derivada del cociente

$$(F/G)' = (F'G - FG') / G^2$$

5. Regla de la cadena

$$\text{Si } F(X) = H(G(X))$$

$$\text{Entonces } F'(X) = H'(G(X)) * G'(X)$$

Ejercicios del Tema 2 Derivación

1. Dadas dos funciones aplicar las operaciones como son suma, resta, producto, cociente y cadena

- $F(X) = 2X^3 - 6X^2 + 5X + 11$ y $G(X) = 5X^3 - 7X^2 + 2X + 4$
- $F(X) = 6X^3 - 8X^2 + 9X + 12$ y $G(X) = 15X^3 - 17X^2 + 12X + 14$
- $F(X) = 6X^3 - 12X^2 + 15X + 21$ y $G(X) = 25X^3 - 19X^2 + 32X + 44$
- $F(X) = 7X^3 - 16X^2 + 35X + 41$ y $G(X) = 15X^3 - 21X^2 + 32X + 5$
- $F(X) = 21X^3 - 14X^2 + 17X + 19$ y $G(X) = 35X^3 - 72X^2 + 42X + 49$
- $F(X) = 25X^3 - 16X^2 + 18X + 21$ y $G(X) = 55X^3 - 57X^2 + 36X + 48$

2. Determinar máximos y mínimos

- $F(x) = -2x^2 + 3x - 21$
- $F(x) = 6x^2 + 12x - 125$
- $F(x) = -23x^2 + 43x - 213$
- $F(x) = -25x^2 + 63x - 121$
- $F(x) = -2x^2 + 3x - 21$

3. Aplicaciones:

A. Teniendo los puntos C y K están situados uno frente al otro y en lados opuestos de un río recto de 250 mts. de ancho. El punto m está a 540 mts. de k y en su misma orilla. Una empresa de celulares tiene sus cables desde C hasta m. Si el costo por metro de cable es el 15% más caro bajo el agua que por tierra. ¿Cómo se debe tender el cable, para que el costo total sea mínimo?.

B. ¿Cuál es la velocidad que lleva un automóvil que se mueve según la ecuación $c(t)=5t^2-7t+12$ en el cuarto segundo de su recorrido? El espacio se mide en metros y el tiempo en segundos.

C. Se tiene que un fondo de inversión genera una rentabilidad que depende de la cantidad de dinero invertida, según la fórmula: $R(x)=-0.15x^2+0.18x-7$ donde $R(x)$ representa la rentabilidad generada cuando se invierte la cantidad x . Determinar, teniendo en cuenta que disponemos de \$500.000:

- a) Cuando aumenta y disminuye la rentabilidad
- b) Cuanto dinero se debe invertir para obtener la máxima rentabilidad posible.
- c) Cual será el valor de dicha rentabilidad.

D. Se tiene que un fondo de inversión genera una rentabilidad que depende de la cantidad de dinero invertida, según la fórmula: $R(x)=0.002x^2+0.03x-9$ donde $R(x)$ representa la rentabilidad generada cuando se invierte la cantidad x . Determinar, teniendo en cuenta que disponemos de \$1.500.000:

- a) Cuando aumenta y disminuye la rentabilidad
- b) Cuanto dinero se debe invertir para obtener la máxima rentabilidad posible.
- c) Cual será el valor de dicha rentabilidad.

E. Un bus se desplaza a una velocidad que, entre las 2 y 4 horas, viene dada por la expresión $v(x)=(6-2x).e^x$, donde x es el tiempo en horas y $v(x)$ es a velocidad en cientos de kilómetros. Hallar en qué momento del intervalo 2 a 6 circula a la velocidad máxima y calcular dicha velocidad. Calcular:

- a. ¿En qué periodos gana velocidad y en qué periodos se disminuyó?
- b. ¿Se detuvo alguna ocasión?

2.3. Trazado de curvas

Valores máximos y mínimos de una función real.

Sea una función de una variable real y sea $c \in$ al dominio de la función.

- ◆ Si $f(c)$ es un valor máximo relativo de la función, si existe un intervalo abierto I que contiene a C tal que: $F(C) \geq F(X)$
- ◆ Si $f(c)$ es un valor mínimo relativo de la función, si existe un intervalo abierto I que contiene a C tal que: $F(C) \leq F(X)$
- ◆ Si $f(c)$ es un valor máximo absoluto de la función, si contiene a C tal que: $F(C) \geq F(X)$
- ◆ Si $f(c)$ es un valor mínimo absoluto de la función, si contiene a C tal que: $F(C) \leq F(X)$

A los valores máximos y mínimos se denominan extremos relativos.

2.3.1. Extremos Absolutos

Teorema

Toda función continua dentro de un intervalo cerrado tiene extremos absolutos (mínimos absolutos y máximos absolutos)

Criterio de la primera derivada

Me permite observar el crecimiento o el decrecimiento de una curva.

Teorema de Rolle

Sea f una función de una variable real que satisfaga las siguientes propiedades:

- a. Es una función continua dentro de un intervalo cerrado $[a,b]$
- b. Es una función derivable dentro de un intervalo abierto (a,b)
- c. $F(a) = F(b) = 0$

Por la tanto existe un punto $c \in (a,b)$. Tal que $F'(c) = 0$

Teorema de criterio para crecimiento y decrecimiento

Sea una función de variable continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b)

- ◆ Si la función derivable es $F'(C) > 0$ para todo $x \in (a,b)$ entonces la función es creciente en $[a,b]$
- ◆ Si la función derivable es $F'(C) < 0$ para todo $x \in (a,b)$ entonces la función es decreciente en $[a,b]$

Teorema de Criterio de la primera derivada para extremos relativos

Sea una función continua dentro de un intervalo, donde a , b y c son puntos del intervalo, tales que $a < c < b$ y c un punto crítico $F'(C)=0$ o esta no existe).

- a. Si $F'(X) > 0$ para todo x en (a,c) y $F'(X) < 0$ para todo x en (c,b) , entonces, $F(C)$ es un máximo relativo.
- b. Si $F'(X) < 0$ para todo x en (a,c) y $F'(X) > 0$ para todo x en (c,b) , entonces, $F(C)$ es un mínimo relativo.
- c. Si $F'(X) > 0$ para todo x en (a,c) y $F'(X) > 0$ para todo x en (c,b) , entonces, $F(C)$ no es un extremo relativo.
- d. Si $F'(X) < 0$ para todo x en (a,c) y $F'(X) < 0$ para todo x en (c,b) , entonces, $F(C)$ no es un extremo relativo.

Teorema de Criterio de la segunda derivada para concavidad y punto de inflexión

- a. La curva se encuentra por encima de la recta de la tangente, o es una función con respecto a la segunda derivada $F''(X) > 0$ es una curva de concavidad hacia arriba.
- b. La curva se encuentra por debajo de la recta de la tangente, o es una función con respecto a la segunda derivada $F''(X) < 0$ es una curva de concavidad hacia arriba.
- c. Cuando $F''(C)=0$ O no existe son candidatos a punto de inflexión.

2.3.1.1 Asíntota

Si la distancia entre una recta y el punto de desplazarse en N de una curva está presente una tendencia a cero, mientras el punto N tiende a infinito se dice que es una Asíntota de la curva.

Clasificación de las Asíntotas

- ◆ **Asíntota Vertical** Ocurre cuando la función racional y esta reducida a su mínima expresión, todos aquellos valores de x que anulan al denominador. (rectas paralelas a y).
- ◆ **Asíntotas Horizontales** rectas paralelas al eje de las x
- ◆ **Asíntotas Oblicuas** Sea $N(x,y)$ un valor de un punto que se desplaza a lo largo de una curva al infinito y suponga que la curva tiene una asíntota oblicua que forma un ángulo α con el eje de las x y su ecuación lineal es $y = mx + b$

Ejercicios Tema 3 - Trazado de curvas

De lo siguientes ejercicios encontrar máximos y mínimos, concavidad y hacer las gráficas

1. $F(X) = 2X^4 - 12X^3 + 21X^2 - 25X + 24$
2. $F(X) = 31X^4 - 22X^3 + 21X^2 - 24X + 18$
3. $F(X) = 12X^4 - 17X^3 - 19X^2 - 35X + 5$
4. $F(X) = 23X^4 - 27X^3 - 11X^2 - 15X + 17$
5. $F(X) = 32X^4 - 47X^3 - 59X^2 - 55X + 65$
6. $F(X) = 35X^4 - 27X^3 - 19X^2 - 41X + 15$
7. $F(X) = 36X^4 - 55X^3 - 49X^2 - 25X + 89$
8. $F(X) = 22X^4 - 11X^3 - 17X^2 - 15X + 23$
9. $F(X) = 12X^4 - 47X^3 - 55X^2 - 25X + 61$
10. $F(X) = 11X^4 - 17X^3 - 67X^2 - 15X + 62$
11. $F(X) = 22X^4 - 14X^3 - 45X^2 - 35X + 165$
12. $F(X) = 13X^4 - 24X^3 - 29X^2 - 36X + 266$
13. $F(X) = 17X^4 - 37X^3 - 39X^2 - 17X + 365$
14. $F(X) = 33X^4 - 25X^3 - 12X^2 - 32X + 546$
15. $F(X) = 35X^4 - 21X^3 - 11X^2 - 52X + 87$
16. $F(X) = 36X^4 - 43X^3 - 17X^2 - 51X + 95$
17. $F(X) = 42X^4 - 56X^3 - 12X^2 - 45X + 32$
18. $F(X) = 33X^4 - 78X^3 - 23X^2 - 51X + 321$

- 19. $F(X) = 35X^4 - 79X^3 - 25X^2 - 15X + 234$
- 20. $F(X) = 31X^4 - 80X^3 - 27X^2 - 21X + 432$
- 21. $F(X) = 34X^4 - 31X^3 - 19X^2 - 22X + 65$
- 22. $F(X) = 37X^4 - 46X^3 - 29X^2 - 23X + 455$
- 23. $F(X) = 38X^4 - 47X^3 - 39X^2 - 24X + 655$
- 24. $F(X) = 39X^4 - 57X^3 - 49X^2 - 52X + 651$

2.4. Integración

El cálculo integral se encarga de la operación inversa de la derivada, es decir, el incremento en la variable de una unidad con respecto a la función inicial. Su notación es \int .

2.4.1.1 Integración Indefinida

Es el conjunto de todas las funciones de una función $F(x)$. Esta se representa por:

$$\int F(x) dx = X^{n+1} / n+1 + C$$

Ejemplos:

- 1. $\int dx = x + c$
- 2. $\int x dx = x^2 / 2 + c$

Integración Inmediata

Es aquella en la cual su resultado se puede efectuar por cálculos mentales.

Propiedades de la integral indefinida

Estas son las principales propiedades de la integración:

- 1. La integral del producto de una constante por una función es igual al producto de la constante por la integración de la función.

$$\int cF(X) dx = c \int F(c) dx$$

- 1. La integral de una suma de funciones es igual a la suma de las integrales de las funciones sumando.

$$\int (F(x) + G(x))dx = \int F(X)dx + \int G(x)dx$$

2 La integral de una diferencia de funciones es igual a la diferencia de las integrales de las funciones del minuendo y del sustraendo.

$$\int (F(x) - G(x))dx = \int F(X)DX - \int G(X)dx$$

Métodos de Integración

1. Integración por descomposición en sumandos

Este método consiste en descomponer en sumandos la integral a resolver aplicando las propiedades anteriores.

$$\begin{aligned}\int (x-1)^2 dx &= \int (x^2 - 2x + 1)dx = \int x^2 dx - 2 \int x + \int dx \\ &= \frac{x^3}{3} - x^2 + 1 + c\end{aligned}$$

2 Integración por cambio de variable o sustitución

Consiste en tomar una nueva variable x , tal que $x=H(x)$ sea una función continua y que está admita una función inversa: $x=g^{-1}(x)$. Quedando así:

$$I = \int F(G(X)) * G'(X)dx$$

De esta forma se ha modificado en una nueva integral.

Ejemplo

$$I = \int \frac{dx}{(x-3)^2}$$

Solución

Cambio de variable

$$y = x-3 \text{ y } dy = dx$$

$$I = \int \frac{dx}{(x-3)^2} = \int \frac{dy}{y^2} = \int y^{-2} dy$$

$$I = \frac{y^{-1}}{-1} + C = -\frac{1}{y} + C = -\frac{1}{(x-3)} + C$$

3 Integración por Partes

Sean u y v dos funciones variables en un intervalo cerrado [a,b], entonces:

$$\int u dv = u * v - \int v du$$

Integración definida

Es un concepto en el cual se define el valor de las áreas limitadas por rectas y por curvas.

Formula

$$\int_a^b F(x) = F(b) - F(a)$$

Propiedades de la integral definida

- ◆ Toda integral extendida a un intervalo de un solo punto [a,a] es cero.
- ◆ Cuando la función F(x) es mayor que cero, su integral es positiva.
- ◆ Cuando la función F(x) es menor que cero, su integral es negativa.
- ◆ La integral de una suma de funciones es igual a la suma de las integrales tomadas por separado.
- ◆ La integral del producto de una constante por una función es igual a la constante por la integral de una función.
- ◆ Al permutar los límites de una integral, estos cambian de signo
- ◆ Dados tres puntos como son a<b<c, estos cumplen una integración por trozos.

$$\int_a^b F(X) dx + \int_b^c F(X) dx = \int_a^c F(x) dx$$

TABLA DE INTEGRALES

Ver en internet la página

<http://www.clases-particulares-de-matematicas.com/Integrales/Integrales/index-integrales.html>

Actividad

1. ¿Haga un ejemplo de Logaritmos aplicado a finanzas?
2. ¿Realice un ejemplo de trazado de curvas aplicado a la economía?
3. ¿Realice un ejemplo de derivación con la primera derivada y segunda derivada aplicado a la administración?
4. ¿Realice un ejemplo de integrales con los métodos aplicado a la ingeniería?
5. El estudiante debe realizar un proyecto aplicando uno de los temas y analizar si es viable o no teniendo en cuenta el análisis de cálculos y gráficas.

2.5. Relación con otros Temas

Los temas programáticos de las matemáticas en las enseñanzas de la física, la geometría, la biología, la economía y la administración deben hacer hincapié fundamental a utilización de los diferentes métodos cuantitativos de análisis, en los que el alumno se vea involucrado a la solución de problemas, y sepa identificar la naturaleza de los mismos y sus premisas, reconocer la información que se dispone y como aplicarla para encontrar los mejores resultados e interpretarla.

Cuando se desea abordar un factor de cualquier disciplina o sector económico, como una situación bajo estudio se desea observar la variación de las diferentes variables que relacionan una con otra, las cuales se parte de ideas o de la identificación de un problema específico y por medio del diseño de modelos matemáticos se llega a identificar las causas que lo generan y las soluciones que me permiten tomar la mejor decisión para la solución de una situación dada que me permita dar solución a un problema y que está pueda ser aplicada a otros problemas.

Se puede concluir que las ecuaciones diferenciales es una de las herramientas matemáticas que permiten dar soluciones a problemas de los campos de la física, la geometría, la biología, la economía y la administración principalmente.

2.6. Bibliografía

- ◆ EDWARDS C. Henry, PENNEY David E. Ecuaciones diferenciales. 4 edición. Pearson Educación, 2001. 800 páginas
- ◆ ZILL Dennis G., SANCHEZ FRAGOSO Francisco. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. 8 Edición. Cengage Learning Editores, 2006. 464 páginas
- ◆ JOVER Isabel Carmona. Ecuaciones Diferenciales. Edición 4. Pearson Educación, 1992. 648 páginas
- ◆ ZILL Dennis, CULLEN Michael. Ecuaciones diferenciales: con problemas de valores en la frontera. 7 edición. Cengage Learning Editores, 2009. 616 páginas.
- ◆ RICARDO Henry. Ecuaciones diferenciales: una introducción moderna. Reverte, 2008. 445 páginas.

- ◆ NAGLE R. Kent, SAFF Edward B., SNIDER Arthur David. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. 4 edición. Pearson Educación, 2005. 816 páginas.
- ◆ ACERO, Ignacio, LÓPEZ, Mariló. Ecuaciones diferenciales: teoría y problemas. 2 edición. Editorial Tebar, 2007. 236 páginas.
- ◆ BORRELLI Robert L COLEMAN Courtney S. Ecuaciones diferenciales: una perspectiva de modelación. Ilustrada edición. Oxford University Press, 2002. 828 páginas.
- ◆ SIMMONS George F., ROBERTSON John S. Ecuaciones diferenciales: con aplicaciones y notas históricas. 2 edición. McGraw-Hill, 2002. 658 páginas

2.7. Fuentes Digitales

Se deben manejar las normas APA

- ◆ matematicas.udea.edu.co/~jescobar/
- ◆ www.matematicas.unal.edu.co/cursos/./ecuadif.html
- ◆ copernico.escuelaing.edu.co/ceciba/facultad./upload//ECDI.pdf
- ◆ copernico.escuelaing.edu.co/ceciba/facultad./file/./EDPA.pdf
- ◆ fisica.udea.edu.co/Docs/CNM-305.htm
- ◆ copernico.escuelaing.edu.co/ceciba/facultad.../upload/.../ECDI.pdf
- ◆ cienciasbasicas.lasalle.edu.co/.../ecuaciones-diferenciales.html