# FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES
# ASIGNATURA: Estadística Probabilística


## CORPORACIÓN UNIVERSITARIA REMINGTON
## DIRECCIÓN PEDAGÓGICA





**2011**

# CRÉDITOS



## AUTOR

**Carlos Guillermo Londoño Herrera**
Diplomado en Diseño Curricular y Herramientas significativas de Autoaprendizaje.
Docente de Estadistica y Matematicas,Centro de Atención de Tutoría Virtual para el Aprendizaje de la Estadística en la Corporación Universitaria Remington durante el año 2011
Carlos.londono@remington.edu.co
Crow43@gmail.com Correo electrónico

**Nota:** el autor certificó (de manera verbal o escrita) No haber incurrido en fraude científico, plagio o vicios de autoría; en caso contrario eximió de toda responsabilidad a la Corporación Universitaria Remington, y se declaró como el único responsable.

## RESPONSABLES

**Escuela de Ciencias Empresariales**
Director Dr. Gonzalo Jiménez Jaramillo
empresariales.director@remington.edu.co

**Decano**
Dr. Carlos Fredy Martínez Gómez
contaduria.decano@remington.edu.co

**Director Pedagógico**
Octavio Toro Chica
dirpedagogica.director@remington.edu.co

**Coordinadora de Medios y Mediaciones**
Angélica Ricaurte Avendaño
mediaciones.coordinador01@remington.edu.co

## GRUPO DE APOYO

**Personal de la Unidad de Medios y Mediaciones**
EDICIÓN Y MONTAJE
Primera versión. Febrero de 2011.

**TABLA DE CONTENIDO**

# 1. MAPA DELA ASIGNATURA

**ESTADÍSTICA PROBABILÍSTICA**

**PROPÓSITO GENERAL DEL MÓDULO**

Lo que se busca con la aplicación de la Estadística Probabilística lineal es resolver problemas comunes y a la vez muy variados de la empresa en donde en general se tienen necesidades por satisfacer con cierto número de recursos limitados o escasos y con el objetivo de lograrlo en forma óptima. Esto significa la búsqueda de un valor máximo cuando se trata de beneficios; o bien la búsqueda de un mínimo cuando se trata de esfuerzos a desarrollar.

**OBJETIVO GENERAL**

Proyectar la estadística hacia la solución de situaciones problémicas originados en las diferentes áreas del conocimiento.

**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Estudiar los conceptos fundamentales de los modelos de representación de procesos propuesto por la estadística y su aplicabilidad.
- Incursionar en la operatividad del modelo desde la informática.
- Diferenciar las diferentes distribuciones de las diferentes probabilidades

| UNIDAD 1 | UNIDAD 2 | UNIDAD 3 |
|---|---|---|
| Conocer los diferentes conceptos, métodos y técnicas para el análisis de la información y técnicas de conteo. | Diferenciar las diferentes distribuciones de probabilidad y sus aplicaciones. | Construir modelos de estadística inferencial para las soluciones de problemas. |

# 2. PROBABILILIDADES

**OBJETIVO GENERAL**

Enseñar al estudiante la importancia de la estadística probabilística y la aplicabilidad en las diferentes ciencias del conocimiento.

**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Formular de manera sistemática un problema de probabilidades.
- Enseñar por medio de ejemplos el uso de las probabilidades en otras ciencias del conocimiento.
- Solucionar problemas de Técnicas de conteo.

## Prueba Inicial

A continuación encontrará una serie de enunciados con cinco respuestas, de las cuales una sola es verdadera. Marque con una X la que usted considere correcta.

Dadas las siguientes definiciones, el estudiante estará en capacidad de responder a que concepto corresponde:

1. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: __________ es una característica, cualidad, atributo, propiedad de un sujeto o unidad de observación.

a. Variable b. Característica c. Escala de medición d. Parámetro

2. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ se refiere al fenómeno que se intenta explicar y que será objeto de estudio a lo largo de la investigación.

a. Variable b. Variable dependiente c. Variable Independiente d. Parámetro

3. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ son todos aquellos factores o elementos que explican un fenómeno o la conducta del fenómeno.

a. Variable b. Variable dependiente c. Variable Independiente d. Parámetro

4. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ como función matemática, es una cantidad a la cual el operador puede asignarle un valor arbitrario, se distingue de variable, la cual puede tomar sólo aquellos valores que haga la función posible.

a. Variable b. Variable dependiente c. Variable Independiente d. Parámetro

5. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________. La probabilidad de ocurrencia de un suceso.

a. Variable b. Estadística c. Probabilística d. suceso

**Respuestas:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. a | 2. b | 3. c | 4. d | 5. c |

## 2.1. Introducción a las Probabilidades

La estadística probabilística es una de las subdivisiones de la matemática, la cual consiste en el estudio de experimentos aleatorios de una o más variables, es decir, la probabilidad de ocurrencia de un suceso. Para que un experimento sea aleatorio debe ocurrir dos características principales: se debe tener un espacio muestral, en el cual se encuentran los diferentes resultados que pueden suceder y la otra, es que los resultados de repeticiones no tienen un comportamiento igual o predecible.

Otros conceptos de probabilística son los siguientes:

- La frecuencia relativa con que se presenta un evento se puede llegar a repetir una cierta cantidad de veces.
- La probabilidad inductiva, es el grado de credibilidad a una proporción que describe un evento dependiendo de la evidencia de los hechos.

### 2.1.1. El papel de la probabilidad en la estadística

A partir de este momento se van a conocer los diferentes conceptos, métodos y análisis de la estadística por medio de la probabilística, que es fundamental a todo individuo a la hora de observar el comportamiento del objeto de estudio.

#### 2.1.1.1 Definición de Probabilística

Es la posibilidad de ocurrencia de un suceso.

1. **Espacio muestral y eventos**

**Fenómeno o experimento aleatorio**

Un experimento a su vez, es un resultado o relación de un conjunto de condiciones que se denominan fenómenos o experimentos. Existen dos tipos determinísticos y aleatorios. Por ejemplo, en los determinísticos se encuentran los movimientos de los planetas, las leyes, normas, decretos, entre otros. Por otro lado, de aleatorios se tienen, por ejemplo, los juegos de azar.

2. **Espacio Muestral**

Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se representa con la letra U, ósea, el conjunto Universal. Cada elemento de U se denomina punto muestral o evento simple.

### 2.1.2. Evento simple

Es un subconjunto del espacio muestral. Se representa con letras mayúsculas, A, B, C,…

**Clasificación de los eventos**

Es un resultado básico de un experimento; no se puede descomponer en resultados más simples y compuestos.

3. **Evento simple**

Es la forma simple de representar un evento o experimento.

4. **Evento compuesto**

En muchos casos puede considerarse que un evento es una composición de dos o más eventos distintos. Se dividen en dos:

### 2.1.3. Unión

La Unión de dos eventos A y B es el evento de que ocurre A o B, o ambos ocurren en una sola realización del experimento. Se representa con U.

1. **Intersección**

La intersección de dos eventos A y B es el evento que ocurre si tanto A como B tienen elementos en común. Se representa por∩.

2. **Eventos Complementarios**

Dos eventos son complementarios cuando su unión es igual al espacio muestral.

### 2.1.4. Reglas de probabilidades para uniones e intersecciones

1. **Regla de la Adición**

Esta establece que dos eventos A y B son mutuamente excluyentes. La probabilidad de que uno u otro evento ocurra es igual a la suma de sus probabilidades.
La ocurrencia de al menos dos sucesos A y B es igual a:

P(A o B) = P(A) U P (B) = P(A) + P (B)

Si son mutuamente excluyentes

P(A o B) = P(A) + P (B) - P(A y B)

2. **Regla de la Multiplicación**

La probabilidad de la ocurrencia conjunta de A y B.
Existen dos acepciones a esta regla:

1) **Si los eventos son independientes:**
$P(A \cap B) = P(A)\, P(B)$

**2) Si los eventos son dependientes:**
Es la probabilidad de A multiplicada por la probabilidad condicional de B dado A.

P(A y B) = P(A) P (B|A)

**Y viceversa**

P(A y B) = P (B y A) = P (B) P (A|B)

## 2.2. Técnicas de conteo o análisis combinatorio

El análisis combinatorio es un método rápido y eficaz que permite contar el número de maneras o formas en que se puede ordenar o seleccionar elementos de un conjunto. Se dividen en permutación, variación y combinación.

### 2.2.1. Permutación

Una permutación de n elementos es una ordenación de un conjunto de elementos. Se representan con Pn.

**Permutación sin Repetición:**

Pn = n! = n1*n2*n3*…

**Permutación con Repetición:**

Pn = n! / (n1!n2!... nk!)

### 2.2.2. Variación

Dado un conjunto de **n** elementos, se sabe que si se toman todos y se ordenan de todas las formas posibles se tendrán permutaciones de **n** elementos; pero si en lugar de tomar todos los elementos se toma una parte de ellos o un subconjunto de ellos y se ordenan de todas las formas posibles, se obtendrá variaciones.

**Variaciones sin repetición:**

nVm = n! / (n-m)!

Donde:

n: Población
m: Muestra

**Variaciones con repetición:**

$V^m n = n^m$

## 2.2.3. Combinaciones

Dado un conjunto de n elementos, pueden tomar **R** para formar arreglos o subgrupos en las cuales no interesa el orden.

**Combinaciones sin repetición:**

**nCm : n! / m! (n - m)!**

**Combinaciones con repetición:**

**nCm : (n + m - 1)! / m! (n - 1)!**

## 2.2.4. Tipos de probabilidades

1. **Probabilidad Clásica**

Es la probabilidad de un evento A. Es igual al número de resultados favorables al evento A dividido por el número de resultados posibles del experimento.

P(A)= número de resultados favorables al evento A/número de resultados posibles del experimento.

P(A)= Muestra / Población.

2. **Probabilidad Conjunta (Independencia de sucesos)**

Cuando los eventos son independientes, la ocurrencia de uno de ellos no cambia la probabilidad de ocurrencia del otro, la fórmula es la siguiente:

$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

3. **Probabilidad Condicional (Dependencia de sucesos)**

La probabilidad de que el suceso A ocurra dado que, o a condición de que haya ocurrido ya el suceso B se denomina probabilidad condicional.

$P(A / B) = P(A \cap B) / P(B) = ( P(A) * P(B)) / P(B) \qquad P(B) \neq 0$

## 2.2.5. Diagrama de Árbol

Cuando se tiene que hallar las probabilidades de varios sucesos conjuntos, suele ser útil de dibujar un árbol de probabilidades.

### 2.2.5.1 Teorema de bayes

Es la probabilidad de que sea A1, A2, A3,…, An un conjunto de sucesos incompatibles cuya unión es el total y tales que la probabilidad de cada uno de ellos es distinta de cero. Sea B un suceso cualquiera del que se contengan las probabilidades condicionales P (B/Ai), entonces la probabilidad de P(Ai/B) viene ya expresada.

$P(Ai/B) = (P(B/Ai)P(Ai)) / P(B) = (P(B/Ai)P(Ai)) / (\sum P(B/Ai)P(Ai))$

De donde

P(Ai) Son las probabilidades a priori

P(B/Ai) Es la probabilidad de B en la hipótesis de A

P(Ai/B) Son las probabilidades a posteriori

**EJERCICIOS DEL TEMA 1**

**EJERCICIO 1**

Dados tres conjuntos:

A={a,b,c,d,1,2,3}
B={d,e,c,h,4,2,3}
C={a,f,g,d,5,2,7}

**Encontrar:**

A U B= {a,b,c,d,1,2,3,e,h,4}
A $\cap$ C= {a,d,2}
A U B U C= {a,b,c,d,1,2,3,e,h,4,f,g,5,7}
A´= {e, h,4,f,g,5,7}

**EJERCICIO 2**

**Regla de Adición**

En una muestra de 750 estudiantes, 400 dijeron tener una video grabadora, 200 dijeron tener un computador y 150 dijeron tener ambos. Si un estudiante es seleccionado al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga sólo una video grabadora, sólo un computador y uno de cada uno?

P(A) = 400 /750 = .53. P(B) = 200 /750 = .27. P(A$\cap$ B) = 150 /750 = .20.

Si un estudiante es seleccionado al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga un computador o una video grabadora en su casa?

P(A o B) = P(A) + P(B) - P(A$\cap$B) = .53 +.27 - .20 = .60.

**EJERCICIO 3**

Si una moneda se lanza dos veces al aire, la probabilidad de que en ambos lanzamientos su resultado sea sello es:
(1/2) x (1/2) = (1/4)

**EJERCICIO DEL TEMA 2**

**EJERCICIO 1**

**(Permutación sin repetición)**
Un coleccionista de monedas de Colombia posee 7 de distinto valor. ¿De cuántas maneras se pueden colocar en un escritorio en fila?

Pn = n! = n1*n2*n3*…

Pn =1*2*3*4*5*6*7

Pn= 5040

**EJERCICIO 2**

En la hilera de un salón de clase se tienen colocados 9 escritorios y es necesario sentar 9 alumnos; ¿de cuántas maneras se podrán sentar?

**EJERCICIO 3**

**(Permutación con Repetición)**
¿Cuántas palabras de 18 letras se pueden formar con la palabra Santa fe de Antioquia?

Pn = n! / (n1! n2!... nk!)

| | | | |
|---|---|---|---|
| s: 1 | t: 2 | d: 1 | q: 1 |
| a: 4 | f: 1 | i: 2 | u: 1 |
| n: 2 | e: 2 | o: 1 | |

Pn = 18! / (1!4!2!2!1!2!1!2!1!1!1!)

P18=1,66 E13

**EJERCICIO 4**

¿De cuantas maneras se pueden colocar en un estante en fila 5 bolas blancas, 4 verdes, 3 rojas, 7 azules y 5 negras?

**EJERCICIO 5**

**(Variación sin repetición)**
En un evento de belleza se seleccionaron la reina, la virreina y la princesa de un grupo de 5 finalistas, ¿de cuántas maneras se pueden seleccionar por parte del jurado?

nVm = n! / (n-m)!

5V3 = 5! / (5-3)!

5V3 = 60 maneras.

**EJERCICIO 6**

En una oficina de consultoría estadística se cuenta con 7 secretarias para 3 despachos. ¿De cuantas formas se puede asignar a cada despacho las secretarias?

**EJERCICIO 7**

**(Variación con repetición)**
¿Cuántas palabras de diez letras se pueden usar con las letras del alfabeto a y b?

$V^m n = n^m$

$V^{10} 2 = 2^{10}$

$V^{10} 2 = 1024$

**EJERCICIO 8**

¿Cuántos números se pueden llegar a formar con tres números de nueve cifras del sistema decimal?

**EJERCICIO 9**

**(Combinación sin repetición)**
¿De cuántas maneras se pueden sacar 10 naranjas de una caja que contiene 20 naranjas?

nCm : n! / m! (n - m)!

20C10 : 20! / 10! (20 - 10)!

20C10 : 184756

**EJERCICIO 10**

¿Cuántos grupos de 5 alumnos se pueden formar con 25 de una clase de matemáticas, si uno es distinto del otro por un estudiante?

**EJERCICIO 11**

**(Combinación con repetición)**
En una pastelería hay 6 tipos diferentes de pasteles. ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar 3 pasteles?

nCm : (n + m - 1)! / m! (n - 1)!

6C3 = (6 + 3 - 1)! / 3! (6 - 1)!

6C3 = 56 maneras

**EJERCICIO 12**

En una fiesta de disfraces hay 22 variedades de estilos. ¿De cuántas formas se pueden elegir 12 de ellos?

**EJERCICIOS DEL TEMA 3**

**EJERCICIO 1**

**(Probabilidad Clásica)**
¿Cuál es la probabilidad de lanzar una moneda al aire y que caiga cara?

**Población:** la moneda tiene dos lados cara y sello: 2

**Muestra:** cara: 1

P(A) = 1 /2 = 0,5 *100= 50%

La probabilidad de que caiga cara en un lanzamiento es del 50%.

**EJERCICIO 2**

¿Cuál es la probabilidad del evento de que caiga un número par al lanzar un dado?

**EJERCICIO 3**

De una urna que contiene 6 bolas blancas, 2 grises y 3 negras, ¿cuál es la probabilidad de que al extraer una bola esta salga gris?

**EJERCICIO 4**

**(Probabilidad Conjunta)**
En una reunión familiar, el 60% de los invitados son mujeres y el resto hombres, de estos miembros el 25% fuma. ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y no fume?

$P(M)= 0,60$

$P(H) = 1 – P(M)= 1- 0,6 = 0,4$

$P(F)= 0,25$

$P(NO\ F)= 1 – P(F) = 1 – 0,25 = 0,75$

$P(H \cap NO\ F) = P(H) * P( NO\ F)$

$P(H \cap NO\ F) = 0,4 * 0,75 = 0,30 * 100 = 30\%$

**EJERCICIO 5**

En una urna hay 9 bolas, 4 rojas, 3 verdes y 2 negras, se extra una bola y es introducida nuevamente, luego se extrae otra. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una verde y una negra?

**EJERCICIO 6**

En una oficina bancaria hay 20 personas esperando pagar con cheque, de las estas el 45% son mujeres y el 20% va a pagar con tarjeta VISA. ¿Cuál es la probabilidad de que quien vaya a pagar sea hombre y vaya a hacer otra transición?

**EJERCICIO 7**

**(Probabilidad Condicional)**

Se conoce que en un campeonato de fútbol un equipo gana cada dos partidos y luego pierde o empata el siguiente, ¿cuál es la probabilidad de que gane el segundo partido dado que el primero lo ganó y el campeonato tiene 18 fechas?

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| G | G | Q | G | G | Q | G | G | Q | G | G | Q | G | G | Q | G | G | Q |

G: Gana: 12

Q: Empata o pierde: 6

P(G) = 12 /18 =0,67

P (Gane dos partidos / ganó el primero)= (12/18*12/18) / (12/18)

P (Gane dos partidos / gano el primero)= 0,67

**EJERCICIO 8**

El meteorólogo pronostica que hoy habrá día de sol, con probabilidad del 55% y mañana lloverá con probabilidad del 46%; y que hoy y mañana la probabilidad de que haya sol es del 58%. ¿Cuál es la probabilidad de que llueva mañana dado que hoy hizo sol?

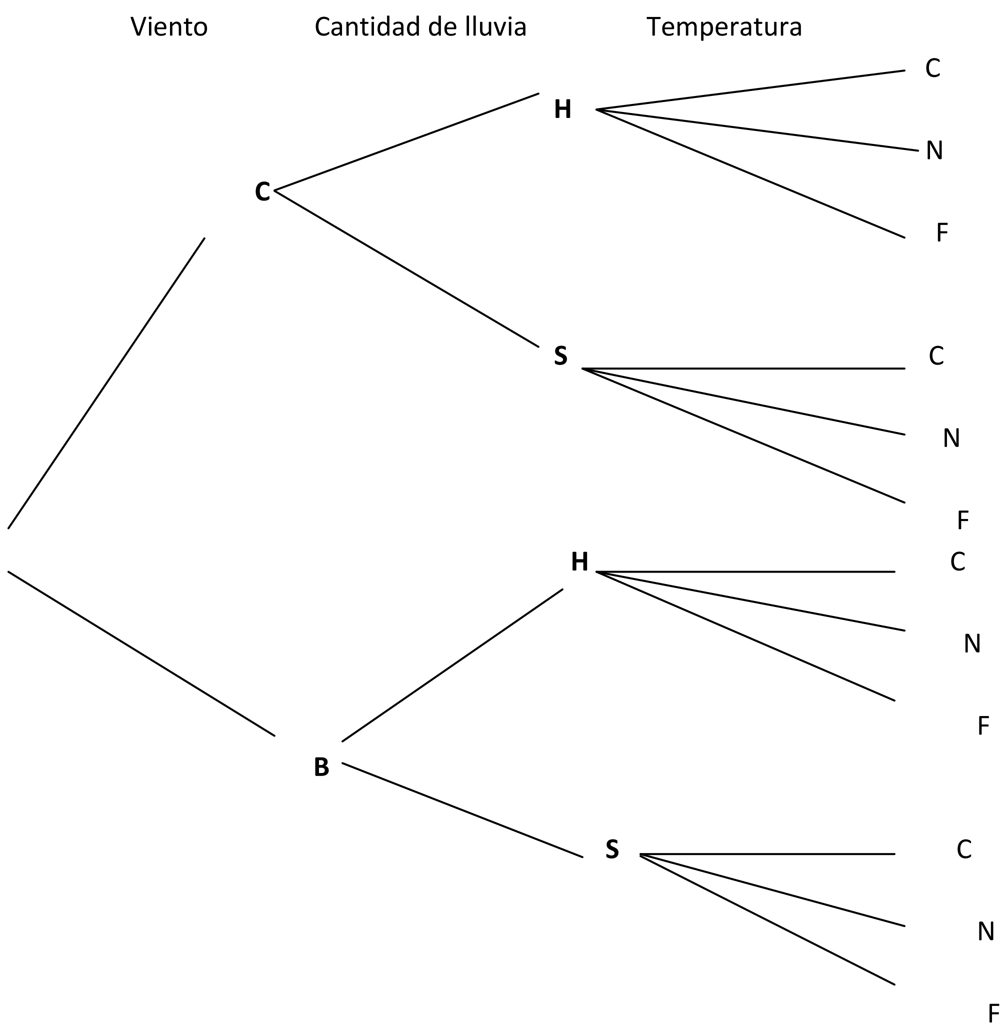
**EJERCICIO 9**

En un grupo de preparatoria, que consta de 60 mujeres y 40 varones, se observa que de este grupo laboran 25 mujeres y 30 hombres. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante elegido al azar labore dado que es mujer?

**EJERCICIO DE DIAGRAMA DE ÁRBOL**

**EJERCICIO 1**

El observatorio astronómico clasifica cada día según las condiciones del viento: en calma o brisa, según la cantidad de lluvia: en húmedo y seco, y según la temperatura en un día cálido, normal o frio. ¿Cuál es la probabilidad de que un día sea de viento en calma, seco y normal?



$P(V \cap C \cap T) = P(V) * P(C) * P(T)$

$P(V \cap C \cap T) = 1/2 * 1/2 * 1/3$

$P(V \cap C \cap T) = 1/12 = 0{,}08333 * 100 = 8{,}33\%$

La probabilidad de que un día sea de viento en calma, seco y normal es del 8,33%

**EJERCICIO 2**

Un médico general de un hospital de Colombia organiza su base de datos de acuerdo a sexo, tipo de sangre (A, AB, B u O) y presión sanguínea (alta, normal y baja). Mediante un diagrama de árbol, ¿en cuántas clasificaciones y en qué valor pueden presentarse sus pacientes?

**EJERCICIO DEL TEOREMA DE BAYES**

**EJERCICIO 1**

Tres máquinas de una empresa de confección producen el 40%, 33% y 27%, respectivamente, del total de las piezas producidas. Los porcentajes de producción de piezas defectuosas de estas máquinas son del 4%, 3% y 2%.
Seleccionamos una pieza al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?
Se toma una pieza al azar y resulta que esta es defectuosa. ¿Cuál es la probabilidad de que sea producida por la máquina A?
¿Cuál es la máquina que produce mayor cantidad de piezas defectuosas?

Sea

D= Piezas Defectuosas

No D= No piezas Defectuosas

| | | |
|---|---|---|
| $P(A) = 0{,}40$ | $P(B) = 0{,}33$ | $P(C) = 0{,}27$ |
| $P(D/A) = 0{,}04$ | $P(D/B) = 0{,}03$ | $P(D/C) = 0{,}02$ |

A) $P(D) = P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + P(C)P(D/C)$

$P(D) = (0{,}40)(0{,}04) + (0{,}33)(0{,}03) + P(0{,}27)(0{,}02)$

P(D)= 0,03134* 100=3.13%

La probabilidad de que sea defectuosa es del 3,13%

B) P(A/D)= (P(A)P(D/A)) / P(D)

P(A/D)= (0,40*0,04) / 0,03134

P(A/D)= 0,511 * 100 = 51,1%

La probabilidad de que sea producida por la máquina A dado que es defectuosa es del 51,1%

C) P(B/D)= (P(B)P(D/B)) / P(D)

P(B/D)= (0,33*0,03) / 0,03134

P(B/D)= 0,316 * 100 = 31,6%

La probabilidad de que sea producida por la máquina B dado que es defectuosa es del 31,6%

P(C/D)= (P(C)P(D/C)) / P(D)

P(C/D)= (0,27*0,02) / 0,03134

P(C/D)= 0,173 * 100 = 17,3%

La probabilidad de que sea producida por la máquina C dado que es defectuosa es del 17,3%

La máquina que produce más piezas defectuosas es la A.

**EJERCICIO 2**

Se tiene tres bolsas de confites con 3 sabores: la bolsa 1 contiene 2 de mora, 10 de chocolate y 12 maní; la bolsa 2 contiene 6 de mora, 12 de chocolate y 15 maní; la bolsa 3 contiene 8 de mora, 7 de chocolate y 9 maní. Se selecciona una bolsa al azar y se extrae un dulce. Si el dulce es de mora, ¿cuál es la probabilidad de que sea sacado de la bolsa 2?

## Prueba Final

1. Con sus propias palabras de un ejemplo de probabilidades.
2. Realice tres ejemplos de tipos de probabilidades.
3. Realice un ejercicio de la vida cotidiana aplicando el diagrama de árbol.
4. Construya un ejercicio de la vida cotidiana aplicando del Teorema de Bayes.

**Actividad**

El estudiante debe realizar un proyecto aplicando las probabilidades.

# 3. DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES

**OBJETIVO GENERAL**

Conocer las diferentes distribuciones de probabilidad discreta y continua

**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Conocer las probabilidades de la distribución discreta
2. Identificar las probabilidades de la distribución continua
3. Diferenciar cada modelo de probabilidad

## Prueba Inicial

A continuación encontrará una serie de enunciados con cinco respuestas, de las cuales una sola es verdadera. Marque con una **X** la que usted considere correcta.

Dadas las siguientes definiciones, el estudiante estará en capacidad de responder a que concepto corresponde:

1. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: __________ es la probabilidad de que ocurra un evento.

a. Variable b. Característica c. Escala de medición d. Probabilidad

2. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ La probabilidad de un evento A es igual al número de resultados favorables al evento A dividido por el número de resultados posibles del experimento:

a. Probabilidad b. P. Clásica c. P. Conjunta d. P. Condicional

3. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ Cuando los eventos son independientes, la ocurrencia de uno de ellos no cambia la probabilidad de ocurrencia del otro.

a. Probabilidad b. P. Clásica c. P. Conjunta d. P. Condicional

4. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ La probabilidad de que el suceso A ocurra dado que, o a condición de que, haya ocurrido ya el suceso B se denomina probabilidad condicional.

a. Probabilidad b. P. Clásica c. P. Conjunta d. P. Condicional

5. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________. Son Elementos comunes entre dos conjuntos.

a. Común b. Unión c. Intersección d. Conjunto

**Respuestas:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1. d** | **2. b** | **3. c** | **4. d** | **5. c** |

## 3.1. Variables Discretas

### 3.1.1. Definición:

Una variable discreta es aquella que establece categorías en términos cualitativos entre elementos. Ejemplo: estado civil, sexo, servicios de un centro de salud, entre otros.

#### 3.1.1.1 La distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta

La distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta X es una tabla, gráfica o fórmula que da la probabilidad $P(X = x)$ asociada a cada posible valor de X.

#### 3.1.1.2 El valor esperado de una variable aleatoria (y) o una función g (y) de y

El valor esperado de una variable de **n** repeticiones es la suma de los productos de los valores de la variable por su frecuencia relativa.

$E(X) = \sum X F(X)$

### 3.1.2. Algunos teoremas útiles de la esperanza

1. Al multiplicar todos los valores de una variable por una misma constante, el valor esperado de ésta queda multiplicado por el valor de la constante.

$$E\,(AX) = A\,E(x)$$

2. Al sumar a todos los valores de una variable una misma constante, el valor esperado de ésta queda incrementado por el valor de la constante.

$$E(X + A) = E(X) + A$$

3. Si se tienen dos variables X y Y, discretas o continuas, el valor esperado de su suma o diferencia es la suma o diferencia de sus valores esperados.

$$E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$$

4. Si las variables X e Y son variables aleatorias independientes ocurre que el valor esperado de su producto es igual al producto de sus valores esperados.

$$E(X\ Y) = E(X)\,E(Y)$$

**Pruebas de Bernoulli**

Consiste en un experimento con dos resultados posibles 1 y 0, y con dos probabilidades posibles de ocurrir p y q (donde q=1-p).

**Fórmula**

$$P = P^{n} Q^{N-n} = P^{n}(1-P)^{N-n}$$

### 3.1.3. Distribución Binomial

Suponga que en un experimento aleatorio tiene las siguientes características:

- En cada prueba del experimento solo son posibles dos resultados: éxito y fracaso.

- El resultado obtenido en cada prueba es independiente de los resultados obtenidos anteriormente.

- El experimento consta de un número de **n** pruebas.

**Fórmula**

$P(X=K) = n! / ( k! (n - k)! ) *p^{k} *q^{n-k}$

**PARÁMETROS**

MEDIA $\mu = np$

Varianza $S^2 = npq$

Desviación estándar $S = \sqrt{npq}$

**TABLA DE DISTRIBUCIÓN BINOMIAL**

Buscar en la siguiente página:

**http://www.jorgegalbiati.cl/nuevo_06/binomial.pdf**

### 3.1.4. Distribución Poisson

Es una distribución de probabilidad Discreta. Es la probabilidad de un número de eventos ocurriendo en un tiempo fijo, éstos ocurren con una frecuencia de media conocida y son independientes del instante de acontecer.

**OTRA DEFINICIÓN:**

Es la relación de una variable con respecto a espacio, volumen y tiempo.

**Fórmula**

$P(X=K) = (\lambda^{X} e^{-\lambda}) / x!$

**PARÁMETROS**

**Media:** $\mu = \lambda$

**Varianza:** $S^2 = \lambda$

**Desviación Estándar:** $S=\sqrt{\lambda}$

**TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON**

http://web.frm.utn.edu.ar/estadistica/TablasEstadisticas/TD4_PoissonAcumulada.pdf

## 3.2. Variables Continuas

### 3.2.1. Definición de variables aleatorias continúas

Una variable continua es un conjunto de valores de la variable que abarca un intervalo.

**La función de densidad de una variable aleatoria continúa**

Es una función de densidad de probabilidad, representada por f(x), su uso es la distribución de probabilidades de un evento en relación al resultado del experimento. Se utiliza la integración de variables.

$F(X) = \int X \, dx$

### 3.2.1.1 Valores esperados de variables aleatorias continuas

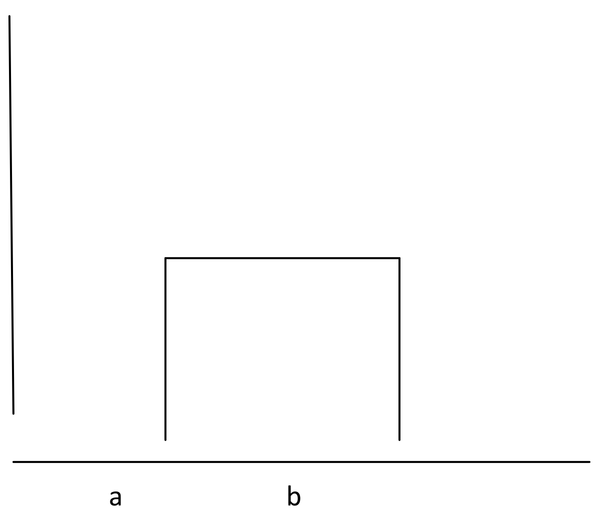
La esperanza matemática para una variable aleatoria continua en un intervalo de variables esta dada por:

$E(X) = \int X \, f(x) \, dx$

### 3.2.1.2 Distribución de Probabilidad Uniforme

La distribución uniforme es una familia de distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias continuas, la cual va asociada a un intervalo de valores de igual longitud en la cual son posibles de suceder los eventos, definida por parámetros de a, b que son sus valor mínimo y su valor máximo.

Está definida por F(x)




$f(x)= 1 / (b – a)$ si $a \le x \le b$ y se 0 en otro caso.

**Parámetros**

**Media:** $( a + +b ) /2$

**Varianza** $(b – a)^{2} /12$

**Desviación Estándar** $\sqrt{(b-a)^2/12}$

### 3.2.1.3 Distribución de Probabilidad Normal

Es la distribución de probabilidades más utilizada, también llamada distribución de Gauss. Es una variable continua cuyos valores se relacionan con la media y la desviación estándar; se representa N ($\mu$, $\sigma$).

**Fórmula**

$Z = (X - \mu) / \sigma$

**TABLA DE DISTRIBUCIÓN**

http://www.jorgegalbiati.cl/nuevo_06/normal.pdf

### 3.2.1.4 Métodos descriptivos para determinar la normalidad

Por medio de la inferencia estadística acerca de la población, esto con base en la información de la muestra. Estos supuestos se basan en la aproximación a la normal.

Los métodos utilizados para una distribución de aproximación a la normal son:

1. Construcción de histogramas de frecuencia relativa o diagrama de tallo y hojas para los datos.

2. Cálculo del rango intercuartilico y la desviación estándar.

3. La construcción del gráfico de probabilidad normal para los datos.

### 3.2.1.5 La distribución de probabilidad exponencial

La distribución exponencial es una distribución probabilística continua cuya variable está dada por un parámetro de $\lambda$>0.

**Fórmula**

$F(X) = \lambda e^{-\lambda x}$

**PARÁMETRO**

**Media = Desviación estándar** = $1/\lambda$

**Varianza** $1/\lambda^2$

**EJERCICIO DEL TEMA 1**

**EJERCICIO 1**

El valor esperado cuando lanzamos un dado 5 veces está dado así:

**Población:** el dado tiene 6 caras = 6

**Muestra:** siempre cae una cara =1

P(D) = 1/6

E(X)= 1(1/6)+2(1/6)+3(1/6)+4(1/6)+5(1/6)

E(X) = 2,5

**EJERCICIO 2**

**(Prueba de Bernoulli)**
¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar una moneda doce veces caiga una vez cara?

SELLO =0

CARA= 1

P (CARA) = ½

**EJERCICIO 3**

**(Prueba de Bernoulli)**
¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado 5 veces caiga una vez 6?

Número diferente a 6 =0

Seis= 1

P (Seis) = 1/6

**EJERCICIO 4**

**(Distribución binomial)**
Una máquina de una fábrica de tornillos produce 5 por 5000 de piezas defectuosas, ¿cuál es la probabilidad de que al examinar un grupo de 60 piezas se encuentren 3 defectuosas?

P= 5/5000=0,001

$P(X=K) = n! / ( k! (n - k)! ) *p^{k} *q^{n-k}$

$P(X=3) = 60! / ( 3! (60 - 3)! ) *0,001^{3} *0,999^{60-3}$

$P(X=3) = 60! / ( 3! (57)! ) *0,001^{3} *0,999^{57}$

P(X=3) = 34220 *0,000000001 *0,945

P(X=3) = 34220 *0,000000001 *0,945

P(X=3) = 0,00003 * 100= 0,003%

La probabilidad de que al examinar un grupo de 60 piezas se encuentren 3 defectuosas.

**EJERCICIO 5**

La probabilidad de que un paciente se alivie con una vacuna contra una gripa es del 85%. Se pide determinar que una vez administrada a 22 pacientes:

a) Ninguno tenga la enfermedad

b) Todos tengan la enfermedad
c) Al menos cinco de ellos tengan la enfermedad
d) Máximo 10 de ellos tengan la enfermedad

**EJERCICIO 6**

La probabilidad de que un alumno saque cinco en una notas es del 15%. Si en el grupo hay 20 personas, se pide que:

a. Ninguno saque la nota
b. Todos saquen la nota
c. Al menos 7 saquen la nota
d. Entre 2 y 5 saquen la nota

**EJERCICIO 7**

Un grupo de excursionistas salen de paseo para la costa, a la hora de llegar al hotel el 75% pide la cama doble. Cuál es la probabilidad de que en un grupo de 50 personas se encuentre que:

a) Máximo 40 pidan la pieza con cama doble
b) Menos de 10 pidan la pieza con cama doble

**EJERCICIO 8**

El número de estudiantes que llegan a un colegio sigue una distribución de Poisson. Si el número promedio es de 215 alumnos por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en un minuto lleguen 3 estudiantes al colegio?

| Alumnos | Minutos |
|---|---|
| 215 | 60 |
| $\lambda$ | 1 |

$\lambda$=215/60= 4 estudiantes en un minuto

$P(X=K) = (\lambda^{x}\ e^{-\lambda}) / x!$

$P(X=3) = (4^{3}\ e^{-4}) / 3!$

$P(X=3) = 0{,}192*100 = 19{,}2\%$

La probabilidad de que en un minuto lleguen 3 estudiantes al colegio es del 19,2%.

**EJERCICIO 9**

El número de pasajeros que llegan al metro sigue una distribución de Poisson. Si el número promedio es de 522 pasajeros por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en un minuto lleguen 21 pasajeros al metro?

**EJERCICIO 10**

El número de llamadas a un celular en 10 minutos es de 6. Si el número promedio de llamadas en una hora es de 50 por hora, cual es la probabilidad de que:

a) en 25 segundos lleguen 2 llamadas.
b) En un minuto entren 2 y 3 llamadas

**EJERCICIOS DEL TEMA 2**

**EJERCICIO 1**

Hallar la función de densidad de una variable aleatoria continúa de 6x en el intervalo de 0 a 1.

$$\int_0^1 (6x)\,dx = 6$$

**EJERCICIO 2**

Hallar la función de densidad de una variable aleatoria continúa de $12x^2 – 3X$ en el intervalo de 0 a 1.

**EJERCICIO 3**

Hallar el valor esperado de variable aleatoria continua de 12x – 7 en el intervalo de 0 a 1

$$\int_0^1 x\,(12x-7)\,dx =$$

$$\int_0^1 (12x^2 – 7X)\,dx = 12 – 7 = 5$$

**EJERCICIO 4**

Hallar el valor esperado de variable aleatoria continua de $21X^2 +24X - 17$ en el intervalo de 0 a 1

**EJERCICIO 5**

**(Distribución Uniforme)**
Una empresa de calzado de Colombia tiene una función de costos dada por f(c)= 2000+4x; siendo x el número de zapatos. En el mercado se vende cada unidad a $50.000. La demanda entre artículos es uniforme entre 5.000 a 20.000 unidades. ¿Cuál es el beneficio esperado?

Entonces

X= cantidad de artículos

Beneficio esperado = 50.000X - ( 2000+4x)

Beneficio esperado = 49.996x - 2000

Beneficio esperado= 50.0004 ((5000+20000)/2) – 2000

Beneficio esperado=50.0004 (12500) – 2000

Beneficio esperado=620.500.000 – 2000

Beneficio esperado= 625.048.000

**EJERCICIO 6**

**(Distribución Uniforme)**
Una empresa de dulces de Colombia tiene una función de costos dada por f(c)= 125+4x; siendo x el número de dulces. En el mercado se vende cada unidad a $150. La demanda entre artículos es uniforme entre 2550 a 3820 unidades. ¿Cuál es el beneficio esperado?

**EJERCICIO 7**

**(Distribución Normal)**
Un docente de estadística ha observado que las notas obtenidas por sus alumnos en los exámenes de la materia siguen una distribución Normal con media 4 y desviación estándar de 3, ¿cuántos sacaron un 4,5?

P(X=4,5) = P (Z=0,17)=0,0675 * 100 = 6,75%

Z= (X - μ) / σ

Z= (4,5 – 4) / 3

Z= O,17

Se busca en la tabla de la distribución z el valor de 0,17 cuyo valor es 0,0675.

La probabilidad de que los alumnos saquen 4,5 de nota es de 6,75%.

**EJERCICIO 8**

**(Distribución Normal)**
De una prueba psicológica realizada a estudiantes de primer semestre de universidad, se obtuvo como resultado un puntaje con media de 150 y desviación estándar de 25 puntos.

1. Determinar cuantos alumnos sacaron un puntaje entre 115 y 140.
2. Determinar que porcentaje de estudiantes sacaron un puntaje de al menos 120 puntos.
3. Determinar que porcentaje de los estudiantes sacaron un puntaje de 105.
4. Determinar cuantos sacaron como puntaje 120.

**EJERCICIO 9**

**(Distribución Normal)**
La media de peso de los estudiantes de una institución privada es de 70 kg y desviación típica de 3 kg, se conoce que esta tiene 3250 alumnos. Hallar:

1. Entre 55 kg y 60 kg
2. Más de 85 kg
3. Menos de 65 kg
4. Exactamente 64 kg

5. 75 kg o menos

**EJERCICIO 10**

**(Distribución Normal)**
El consumo medio mensual de energía eléctrica en un municipio es de 65 Kwh., con una desviación típica de 6,5 Kwh. Se supone que se distribuye según una distribución normal. a) ¿Cuántos Kwh. tendría que consumir cada mes para pertenecer al 15% de la población que más consume? b) Si usted consume 45 Kwh. ¿qué % de la población consume menos que usted?

**EJERCICIO 11**

**(Distribución Exponencial)**
Se ha comprobado que el tiempo de vida de cierto tipo de marcapasos sigue una distribución exponencial con una media de 15 años. ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona a la que se le ha implantado este marcapasos se le deba reimplantar otro antes de 18 años? Si el marcapasos lleva funcionando correctamente 4 años en un paciente, ¿cuál es la probabilidad de que haya que cambiarlo antes de 20 años?

$F(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ si $t \geq 0$

$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$

$P(T \leq 18) = \int F(T)\,dt = F(t) = 1 - e^{-18/15}$

$P(T \leq 18) = 1 – 0{,}30$

$P(T \leq 18) = 0{,}70$

**EJERCICIO 12**

**(Distribución Exponencial)**
Se ha comprobado que el tiempo de vida de cierto tipo de electrodoméstico sigue una distribución exponencial con media de 5 años. ¿Cuál es la probabilidad de que un electrodoméstico tenga una duración de 4 años? Si este lleva funcionando correctamente 3 años en una casa, ¿cuál es la probabilidad de que haya que cambiarlo antes de 25 años?

## Prueba Final

1. ¿Qué diferencia existe entre las distintas distribuciones de probabilidad?
2. ¿De un ejemplo de distribución binomial aplicado a la vida cotidiana?
3. ¿De un ejemplo de distribución Poisson aplicado a la vida cotidiana?
4. ¿De un ejemplo de distribución normal aplicado a la vida cotidiana?
5. ¿Según lo visto, para usted cuál es la principal distribución?

**Actividad**

El estudiante debe realizar un proyecto aplicando las distribuciones de Probabilidades.

# 4. INTRODUCCIÓN A LA INFERENCIA ESTADÍSTICA

**OBJETIVO GENERAL**

Identificar en qué consiste la Inferencia Estadística y cual es su uso.

**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Conocer los diferentes tipos de distribuciones muéstrales
- Identificar los diferentes tipos de intervalos
- Realizar las pruebas de hipótesis de comparación por medias y proporciones

## Prueba Inicial

A continuación encontrará una serie de enunciados con cinco respuestas, de las cuales una sola es verdadera. Marque con una X la que usted considere correcta.

Dadas las siguientes definiciones, el estudiante estará en capacidad de responder a que concepto corresponde:

1. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: ___________ es una cualidad o característica de un sujeto de observación.

a. Variable b. Característica c. Escala de medición d. Parámetro

2. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ Es un conjunto de animales, personas y cosas.

a. Variable b. Población c. Muestra d. Parámetro

3. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________ es un subconjunto de una población.

a. Variable b. Población c. Muestra d. Parámetro

4. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________
Es un valor de una variable que se va a estimar, bien sea por medio de la media o de la proporción

a. Variable b. Población c. Muestra d. Parámetro

5. Analizar a que concepto corresponde la siguiente definición: _________. Es un conjunto de valores de la variable que abarca un intervalo.

a. Variable b. Variable Discreta c. Variable Continua d. suceso

**Respuestas:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1.** a | **2.** b | **3.** c | **4.** d | **5.** c |

## 4.1. Distribuciones Muéstrales

El muestreo se utiliza cuando no es posible contar o poder medir todos los elementos que conforman una población. Se refiere a muestra, a una parte de la población que se va a estimar.

Una muestra debe de cumplir los siguientes aspectos:

1. **Homogeneidad:** los elementos se deben seleccionar de la misma población.
2. **Independencia:** cada dato no debe de ser condicionado mutuamente entre sí.
3. **Representatividad:** la muestra debe ser el mejor valor de los elementos del conjunto que proviene.

### 4.1.1. Parámetros

Un parámetro es una medida que me permite calcular el comportamiento de una variable de una población.

**Estimador**

Son las cantidades usadas para describir una muestra.

Un estadístico debe presentar las siguientes características:

1. Se pueden tener varios valores posibles
2. No se puede predecir su valor numérico
3. Se les designa con letras latinas.

#### 4.1.1.1 Muestreo Aleatorio Simple

Se seleccionan muestras mediantes métodos que permitan que cada una de la muestran tengan igual probabilidad de acontecer y que cada elemento de la población tenga la misma oportunidad de ser seleccionada dentro de la muestra.

La mejor manera de seleccionar una muestra aleatoria de una población es mediante los números aleatorios. Estos se pueden determinar mediante la generación de valores por medio de una computadora o una tabla de números aleatorios.

## 4.2. Distribuciones Muéstrales

Si toman varios valores de una muestra de una población, no todas las poblaciones seleccionadas serían iguales, y una varía de muestra a otra por alguna observación.

### 4.2.1. Distribución de muestreo de la media

1. Una distribución de la probabilidad de todas las medias posibles de la muestra de un evento.

**Fórmula**

Z=( $\chi$ - $\mu$ ) \ ($\sigma$ \ √ n)

2. Distribución de muestreo de proporciones

Si se traza una distribución de probabilidad de la proporción posible de un suceso de todas las muestras.

**Fórmula**

Z=( þ - p ) \ (pq \ √ n)

**3. Distribución de Muestreo**

Es una distribución de probabilidad donde se describe la media y la desviación estándar o en su caso la proporción.

#### 4.2.1.1 Error Estándar

Como la desviación de las medias de las muestras.

### 4.2.2. Teorema del Límite Central

- La media de la distribución de muestreo de la media será igual a la media de la población.
- Al incremento del tamaño de la muestra, la distribución de muestreo de la media se acercará a la normalidad, sin llegar a importar la forma de distribución de la población.

#### 4.2.2.1 Estimación

La teoría de la probabilidad se constituye en la base de la Inferencia Estadística, esta se aplica en los diferentes conceptos de la probabilidad para la toma de decisiones bajo incertidumbre.

### 4.2.3. Tipos de Estimación

Existen dos tipos de estimaciones de una población:

- **Estimación puntual:** se utiliza para estimar un parámetro de la población.
- **Estimación Intervalo:** dentro de un intervalo se estima el parámetro de la población.

#### 4.2.3.1 Criterios para seleccionar un buen estimador

1. **Imparcialidad:** una media de muestra es un estimador, no tiene sesgos de una media de una población.
2. **Eficiencia:** refiere al tamaño del error estándar de la estadística, es decir, menor variabilidad de las observaciones con respecto a la media.

3. **Coherencia:** se dice que si al incrementar el tamaño de la muestra se conoce con certeza e valor, este se aproxima al parámetro de la población.
4. **Suficiente:** cuando la cantidad de la información de una muestra estimada no tendría otro estimador de otra muestra de la información sobre el parámetro de la población.

## 4.3. Prueba Hipótesis e Intervalos de Confianza

### 4.3.1. Estimación de Intervalo:

Consiste en un intervalo de valores donde se encuentra el parámetro de la población estimado.

**Fórmula para medias**

$\chi - Z\alpha/2\ (s/\sqrt{n}) < \mu < \chi + Z\alpha/2\ (s/\sqrt{n})$

**Fórmula para proporciones**

$p - Z\alpha/2\ (pq/\sqrt{n}) < \mu < p + Z\alpha/2\ (pq/\sqrt{n})$

#### 4.3.1.1 Estimaciones de Intervalo e Intervalos de confianza

Es la probabilidad de una estimación de un intervalo con su nivel de confianza. Confianza es la credibilidad que tiene la persona sobre el estudio u objeto a estimar.

#### 4.3.1.2 Tamaño de la muestra

Es la cantidad de las observaciones del estudio, el cual va a ser estimado de forma cuantitativa o proporcional.

#### 4.3.1.3 Hipótesis

Es una suposición acerca de un parámetro desconocido.

**Procedimiento**

1. Se define la hipótesis nula acerca de la población.
2. Formula la hipótesis alternativa o contradictoria
3. Se define el criterio de decisión
4. Se organiza la información
5. Se calcula el estadístico de la muestra
6. Se evalúa la estadística de la muestra para la mejor decisión

### 4.3.1.4 Nivel de Significancia

Es un valor de un criterio que me permite cuestionar una variable por medio de hipótesis para tomar la mejor alternativa a estimar y lograr la mejor decisión.

**EJERCICIOS POR TEMAS**

**EJERCICIOS DEL TEMA 1**

**EJERCICIO 1**

El peso de los niños recién nacidos está dado por una distribución normal con media 3150 kg y cuya desviación estándar es de 155 kg. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestra de 150 niños recién nacidos sea de 3200 kg?

**Fórmula**

$Z=( \chi - \mu ) \backslash (\sigma \backslash \surd n)$

$Z=(3200 - 3150 ) \backslash (155 \backslash \surd 150)$

$Z= 50 \backslash 12,65$ $Z= 3,95$

$P(X = 3200) = P (Z = 3,95) = 0,99 * 100 = 99\%$

**EJERCICIO 2**

La estatura media de los alumnos de un colegio es de 1.70 cm, con una desviación estándar de 8 cm.

a) Encontrar la media muestral cuando n es de 60 personas.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de 60 estudiantes tenga una estatura mayor de 1.72 cm?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de 60 estudiantes tenga una estatura entre 1.65cm y 1.72 cm?

**EJERCICIO 3**

Un conjunto residencial está conformado por 300 apartamentos. Se seleccionaron 21 apartamentos y se observa que en promedio viven 3 personas por apartamento. Estime el total de personas que viven en el conjunto residencial.

**EJERCICIO 4**

De una población se escogieron al azar 15 personas y se les tomó la estatura. Los resultados en cm fueron: 162, 164, 165, 170, 175, 155, 165, 180, 165, 170, 145, 150. Estime la media y la varianza.

**EJERCICIO 5**

De un lote de 1.250 celulares se seleccionaron aleatoriamente 50 y se encontró que 1 de ellos estaba dañado; ¿cuántas celulares se estima que estén en mal estado?

**EJERCICIOS DEL TEMA 2**

**EJERCICIO 1**

Se ha seleccionado una muestra aleatoria para prever la inflación en el año 2000, en siete de los países. Las previsiones han sido de 1,2,2,1,2,3,1,2,9,9,2,1,9,1,2,1,2,2,1,2,3,1,2,9,9,2,1,9,1,2. Se utilizan los datos para construir un intervalo de la media muestral con un nivel de confianza del 99%, en estos 30 países.

$\chi$ - Z$\alpha$/2 (s/√n) < μ < $\chi$ + Z$\alpha$/2 (s/√n)

3,1 – 1 (3 /√30 ) < μ < 3,1 + 1 (3 /√30 )

3,1 – 0,55 < μ < 3,1 + 0,55

2,5 < μ < 3,65

**EJERCICIO 2**

En una fábrica de tornillos se tiene que 2% es defectuoso. Una empresa que utiliza este tipo de tornillos para equipos de sonido dice que el 2% de estos son más defectuosos de los que compran. Con un nivel de confianza del 95%, un investigador de esta empresa seleccionó una muestra de 1.500 tornillos de que se tenga una media de 2,5%.

**SOLUCIÓN**

Ho: μ ≤ 0,02

H1: μ > 0,02

Z = (0,025 – 0,02) /( (√0,02(1 – 0,02) / 1500)

Z = (0,025 – 0,02) /( (√0,02(0,98) / 1500)

Z = (0,005) /( (0,00001307)

Z= 382

El valor de z estimado en la tabla es de 1,68.

Como el valor calculado es mayor que el de la tabla, se concluye que no hay evidencias suficientes que el porcentaje de tornillos defectuosos es mayor que el 2%.

**EJERCICIO 3**

Una muestra aleatoria de 125 individuos a los que se ha medido el nivel de glucosa en sangre, obteniéndose una media muestral de 115 mg/cc. Se sabe que la desviación típica de la población es de 25 mg/cc. Obtener un intervalo de confianza, al 70%, para el nivel de glucosa en sangre en la población.

**EJERCICIO 4**

Se conoce que el contenido de fructosa de cierto alimento sigue una distribución normal, cuya varianza es conocida, teniendo un valor de 0,36. Se desea estimar el valor de la media poblacional mediante el valor de la media de una muestra, con un error máximo de 0,3 con una confianza del 95%. ¿Cuál ha de ser el tamaño de la muestra?

**EJERCICIO 5**

En un colegio el peso de los estudiantes cumple una distribución normal con media de 55 kg y una desviación típica de 15 kg. Si se extrae una muestra aleatoria de 30 jóvenes y para un nivel de significación del 10%, ¿en qué condiciones se rechazaría la hipótesis de que la media de la población es de 55 kgs?

**EJERCICIO 6**

En una universidad hay matriculados 5000 estudiantes. A una muestra seleccionada aleatoriamente de un 30% de estos se les preguntó si utilizaban la cafetería de la institución. A lo que contestaron que no (de 50).

a) Estima el porcentaje de estudiantes que utilizan la cafetería del instituto.
b) Determinar con un nivel de confianza del 85%, el error máximo cometido con dicha estimación.

**EJERCICIO 7**

Una encuesta efectuada a 70 hogares sobre el consumo de gaseosa, con un tiempo medio de consumo de una familia de 6 y con una desviación típica de 3. ¿Sirve esta información para aceptar, con un nivel de significación del 7%, que el tiempo medio de consumo es de 8?

**EJERCICIO 8**

En un barrio se escogió al azar una muestra de 250 personas cuya media de ingresos mensuales resultaba igual a $515.000. con una desviación típica de $25.000 Si se toma un nivel de confianza del 90%, ¿cuál es el intervalo de confianza para la media de los ingresos mensuales de toda la población?

**EJERCICIO 9**

La duración de las que bombillas de 110 w que una empresa fabrica sigue una distribución normal con una desviación estándar de 80 horas de duración. Su vida media se encuentra garantizada con una duración mínima de 750 horas. Se seleccionó al azar una muestra de 45 lámparas de un lote y, después de ser adquiridas, con una vida media de duración de 620 horas y con un valor de significancia del 5%. ¿La duración de las lámparas corresponde a su vida media?

## Prueba Final

1. Realice un ejercicio de distribuciones muestrales de la media aplicado a su trabajo.
2. Formule un problema de distribuciones muestrales proporcionales.
3. Construya un ejercicio de intervalo confianza para media.
4. Haga un ejercicio de prueba de hipótesis para medias y proporciones aplicado a la vida cotidiana.

**ACTIVIDAD**

El estudiante debe realizar un proyecto relacionado con su vida cotidiana, aplicando las Distribuciones Muestrales, Intervalos de Confianza y Prueba de Hipótesis.

# 5. RELACIÓN CON OTROS TEMAS

**1. PROBABILIDAD (20 H-C)**

El papel de la probabilidad en la estadística.
Eventos, espacios de muestreo y probabilidad.
Eventos compuestos.
Eventos complementarios.
Probabilidad condicional.
Reglas de probabilidad para uniones e intersecciones.
Regla de Bayes.
Algunas reglas de conteo.
Probabilidad y estadística: un ejemplo.

**2. VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS (22 H-C)**

Variables aleatorias discretas.
La distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta.
El valor esperado de una variable aleatoria (y) o una función g (y) de y.
Algunos teoremas útiles de la esperanza.
Pruebas de Bernioulli.
La distribución de probabilidad binomial.
La distribución de probabilidad de poisson.

**3. VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS (22 H-C)**

Variables aleatorias continuas.
La función de densidad de una variable aleatoria continúa.
Valores esperados de variables aleatorias continuas.
La distribución de probabilidad uniforme.
La distribución de probabilidad normal.
Métodos descriptivos para determinar la normalidad.
La distribución de probabilidad exponencial

**4. INFERENCIA ESTADÍSTICA**

Tipos de Variables
Distribución muestral
Tipos de Distribuciones Muestrales
Pruebas de Hipótesis
Intervalos de Confianza

# 6. FUENTES

**Libros**

1. David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, Thomas A. Williams. Estadística para administradores y economía. Cengage Learning Editores, 2004

2. Jay L Devore. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. Cengage Learning Editores, 2005

3. Andrés Rivadulla Rodríguez. Probabilidad e Inferencia Probabilística. Anthropos Editorial, 1991

4. LUIS RUIZ-MAYA PEREZ, FRANCISCO JAVIER MARTIN-PLIEGO LOPEZ. Fundamentos de Probabilidades. Thomson Paraninfo, 2005

5. Mark L. Berenson, David M. Levine, Timothy C Krehbiel. Estadística para Administración. Pearson Educación, 2006, 4 edición.

6. Anderson David R., Sweeney Dennis J. Estadística para administración y economía. Cengage Learning Editores, 2008. Edición 10

7. Martínez Bencardino Ciro Estadística básica aplicada. ECOE EDICIONES, 2003.

8. Weiers Ronald M. Introducción a la estadística para Negocios. Cengage Learning Editores, 2006. Edición 5.

# 7. PÁGINAS WEB

http://apuntes.rincondelvago.com/muestreo-probabilistico.html

http://www.hiru.com/es/matematika/matematika_05200.html

http://www.tesisymonografias.net/concepto-estadistica-probabilistica/6/

http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_la_probabilidad

http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/28/matematicas-28.html

http://www.monografias.com/trabajos11/tebas/tebas.shtml

http://webpages.ull.es/users/jjsalaza/curriculum/books/GOBCAN02.pdf